# Dämpfungsglieder unter der Lupe

Mitteilungen aus dem Institut
für Umwelttechnik
Nonnweiler - Saar
Dr. rer.nat. W. Schau
DL3LH

# Inhaltsverzeichnis:


## 1. Einige Grundlagen

## 2. dB- und Prozent – Rechnung
2.1 %-Spannung in dB umrechnen
2.2 %-Spannung „mehr oder weniger“ in dB umrechnen
2.3 %-Leistung „mehr oder weniger“ in dB umrechnen

## 3. Allgemeine Leistungsbeziehungen an einem Vierpol (VP)
3.1 Übertragungsleistungsverstärkung (Transducer Power Gain)
3.2 Verfügbare Leistungsverstärkung (Available Power Gain)
3.3 Klemmleistungsverstärkung (Power Gain)
3.4 Maximale Leistungsverstärkung (Maximum Power Gain)

## 4. Dämpfungsglieder berechnen
4.1 Das Dämpfungsglied in T- und H- Form
4.2 Das Dämpfungsglied in Pi- und O- Form
4.3. Berechnung des T- und H – Dämpfungsgliedes aus dem Spannungsverhältnis d
4.4 Berechnung A-symmetrischer Dämpfungsglieder
4.41 A-symmetrisches Dämpfungsglied mit $Ri > R_L$
4.42 A-symmetrisches Dämpfungsglied mit $R_L > Ri$

## 5. Dämpfungsglieder bei Fehlanpassung
5.1 Dämpfungswerte eines Dämpfungsgliedes bei Fehlanpassung am Ausgang
5.2 Dämpfungswerte eines Dämpfungsgliedes bei Fehlanpassung am Eingang
5.3 Dämpfungswerte eines Dämpfungsgliedes bei Fehlanpassung am Ein- und Ausgang

## 6. Kettenschaltung von Vierpolen – Leistungsbeziehungen
6.1 Einfache Leistungsbeziehungen bei der Kettenschaltung von Vierpolen

## 7. Kettenform der Vierpolgleichungen – S-Parameter
7.1 Die ABCD Matrix bei der Kettenschaltung von Vierpolen
7.2 Die ABCD Matrix von Grundvierpolen

## 8. Der Rauschbeitrag eines Dämpfungsgliedes
8.1 Kettenschaltung rauschender Vierpole
8.2 Veränderungen des ENR (Excess-Noise-Ratio) durch ein Dämpfungsglied

## 9. Bestimmung der Dämpfung eines unbekannten Dämpfungsgliedes aus dem Return Loss

## 10. Bestimmung der Dämpfung eines unbekannten Dämpfungsgliedes mit einem Stehwellenmessgerät

## 11. Praktischer Vorschlag für die Ausführung eines schaltbaren Dämpfung - gliedes nach N9ZIA

## 12. Frequenzabhängigkeit eines Dämpfungsgliedes mit geringer kapazitiver Belastung am Ein- und Ausgang durch BNC Anschlussbuchsen

# Vorwort:

Dämpfungsglieder spielen eine wichtige Rolle beim Begrenzen von Sende- oder Empfangs-Signalen, auf eine gewünschte Signalstärke. Sie werden in den Signalweg geschleift, um das Signal in seiner Amplitude zu schwächen. Das ist immer dann notwendig, wenn ein zu starkes Signal Gerätestörungen verursachen könnte oder empfindliche Empfänger vor Übersteuerung geschützt werden müssen.
Die Industrie bietet eine umfangreiche Auswahl an koaxialen Dämpfungsgliedern an, die an koaxiale Kabel mit 50 oder 75 Ω Technik optimal angepasst sind. Koaxiale Steckverbinder der Typen 2,4 mm, 2,92 mm, 7/16 DIN, 7 mm, BNC, F, N, SMA, APC 7 und TNC ergänzen das umfangreiche Lieferprogramm bekannter Firmen. Dabei werden Dämpfungswerte von 1 – 110 dB und Leistungsdämpfungsglieder im Leistungsbereich von 0,5 – 60 KW, in einen Frequenzbereich bis etwa 100 GHz angeboten.
Neben Festdämpfungsgliedern gibt es digital- oder spannungsgesteuerte Dämpfungsglieder in 50, 75 und 600 Ω Technik. Sie sind als variable, stufenweise oder stufenlos einstellbare Ausführungen erhältlich.
Dämpfungsglieder werden auch zur Anpassung an unterschiedliche Impedanz- oder Spannungspegel eingesetzt. Wenn die Widerstände auf der Eingangs- und Ausgangsseite ungleich sind findet gleichzeitig mit der Abschwächung eine Impedanzwandlung statt.
Je nach Frequenzbereich der Signale werden zwischen elektrischen und optischen Dämpfungsgliedern unterschieden. Optische Übertragungssysteme mit LWL (Lichtwellenleiter) sind so ausgelegt, dass sie Signale über lange Glasfaser-Verbindungen übertragen können. Daher muss die Sendeleistung der Laserdiode im Sender entsprechend hoch sein, damit trotz der Leitungsdämpfung auf der Empfängerseite ein ausreichender Signalpegel erreicht wird. Auf kurzen Strecken wird mit Dämpfungsgliedern daher die Dämpfung erhöht und eine längere Glasfaserstrecke „simuliert“.
Während in der niederfrequenten Audiotechnik einfache ohmsche Spannungsteiler zur Spannungsanpassung verwendet werden, ist bei den Dämpfungsgliedern für hohe Frequenzen die Impedanzanpassung an die Systemimpedanz die wichtigste Größe. Dazu ist die Eingangs- und die Ausgangsimpedanz gleich dem Wellenwiderstand der Leitungen zu wählen.
Für Messverstärker hoher Eingangsimpedanz werden Abschwächer notwendig, deren Eingangs- und Ausgangsimpedanz gleich und gleich der des Messverstärkers sind. Diese Abschwächer können beliebig miteinander kombiniert oder durch eine Brücke ersetzt werden, ohne dass sich die Eingangsimpedanz der Schaltung ändert. Die typische Anwendung ist der Eingangsabschwächer in Oszilloskopen.
Schaltbare Dämpfungsglieder zur exakten Abschwächung werden auch als Stufenabschwächer oder Eichleitung bezeichnet und in der Rausch-Messtechnik zur Bestimmung der Rauschzahl eines Vierpoles oder zur Bestimmung der Grenz-Empfindlichkeit von Empfängern verwendet.
Dämpfungsglieder mit gleicher Eingangs- und Ausgangsimpedanz werden in T- oder π-Schaltung unsymmetrisch oder symmetrisch in O- oder H- Schaltung aufgebaut.
Räumliche Anordnungen in Hohlleitern zur veränderlichen Absorption eines Teils der Hochfrequenzenergie werden ebenfalls als Dämpfungsglied bezeichnet. Zur Dämpfung werden hier Ferrite eingesetzt, die in den Signalweg eingetaucht werden, um gezielt Energie zu vernichten, was einer Dämpfung entspricht.
In dieser kurzen Betrachtung „Dämpfungsglieder unter der Lupe“ werden nur elektrische Dämpfungsglieder in T- oder Pi- und O- oder H-Schaltung näher beleuchtet. Hierbei geht es darum, ob die eingestellte Dämpfung auch der tatsächlichen Dämpfung entspricht, für welchen Frequenzbereich diese einsetzbar sind und was genau bei der Reihenschaltung von Dämpfungsgliedern mit „bekannter“ Dämpfung geschieht. Schließlich werden Pi- und T- Dämpfungsglieder aus der Sicht der S-Parameter behandelt und berechnet. Erwähnt werden sollte unbedingt noch, dass die Zusammenhänge den Altvorderen längst bekannt waren, nur heute „untergegangen“ zu sein scheinen.

# 1. Einige Grundlagen

Einer Signalquelle mit sinusförmigen Spannungs- oder Stromverlauf und der komplexen Innenimpedanz $\underline{Zs} = Rs \pm j\,Xs$ bzw. der komplexen Innenadmittanz $\underline{Ys} = Gs \pm j\,Bs$, kann die maximale Leistung entnommen werden, wenn die Lastimpedanz (Lastadmittanz) konjugiert komplex zur Innenimpedanz (Innenadmittanz) gewählt wird. Diesen speziellen Zustand nennt man Leistungsanpassung.
Es gilt

$$\underline{Za} = \underline{Zs}^* \qquad \text{bzw.} \qquad \underline{Ya} = \underline{Ys}^* \tag{Gl. 1.1}$$

oder anders ausgedrückt die Realteile sind gleich und die Imaginärteile ergänzen sich zu Null. Der Anpasszustand zwischen Quelle und Last kann durch einen Anpassfaktor $\underline{r}$ beschrieben werden. Dieser wird definiert als

$$\underline{r} = (\underline{Za} - \underline{Zs}) / (\underline{Za} + \underline{Zs}) = (\underline{Ya} - \underline{Ys}) / (\underline{Ya} + \underline{Ys}) \tag{Gl. 1.2}$$

und beschreibt den Leistungsübergang zwischen Quelle und Last. Solch ein Anpassfaktor ist bekannt aus der Leitungstheorie, hat hier aber eine völlig andere Bedeutung.
Mit Pv als verfügbare Leistung der Quelle wird die auf die Last übertragene Leistung

$$P_L = Pv\,(1 - |\underline{r}^2|). \tag{Gl. 1.3}$$

Bei $\underline{r} = 0$ ist Leistungsanpassung vorhanden und die verfügbare Leistung der Quelle geht auf die Last über. Diese verfügbare Leistung ist die maximal einer Quelle entnehmbare Leistung und eine feste Kenngröße einer Zweipolquelle, die seitens der Quelle immer zur Verfügung steht.
Sie berechnet sich zu

$$Pv = Uo^2 / (4\,Rs) = Io^2 / (4\,Gs) \tag{Gl. 1.4}$$

und wird bei totaler Anpassung erreicht. Uo ist die Leerlaufspannung der Ersatzspannungsquelle, Io der Kurzschlussstrom der Ersatzstromquelle, beides sind Effektivwerte.
Io berechnet sich bekanntlich zu

$$Io = Uo / Rs \tag{Gl. 1.5}$$

und ist der Strom, der sich bei Kurzschuss der Ersatzspannungsquelle einstellt. (Gl. 1.5) gestattet die Umrechnung zwischen Ersatzspannungs- und Ersatzstromquelle. Beide Quellenersatzbilder sind absolut identisch. Je nachdem ob Serien- oder Parallelelemente als Last vorliegen, ist es sinnvoll die eine oder andere Ersatzschaltung zu verwenden.
Nach (Gl. 1.3) ist

$$P_L = Pv\,(1 - |\underline{r}^2|) = P_{hin} - P_{rück} \tag{Gl. 1.6}$$

und kann mit $P_{hin}$ = hinlaufende Leistung und $P_{rück}$ als rücklaufende Leistung interpretiert werden. Bei Fehlanpassung geht also nur ein Teil der verfügbaren Leistung der Quelle auf die Last über.

Der Transferwirkungsgrad ist das Verhältnis $(P_L / Pv) = (1 - |\underline{r}^2|)$ und somit

$$\eta_T = (1 - |\underline{r}^2|)\ 100\ \%. \tag{Gl. 1.7}$$

Der Gesamtwirkungsgrad der Schaltung, d.h. Quelle inkl. Last, berechnet sich zu:

$$\eta = 100\ \%\ \ Ra / (Rs + Ra) \tag{Gl. 1.8}$$

und erreicht bei Anpassung, $Rs = Ra$, den Wert $\eta = 50\ \%$. Die Hälfte der Leistung der Quelle wird am Innenwiderstand Rs in Wärme umgesetzt. Will man höhere Wirkungsgrade haben ist Überanpassung mit $Rs << Ra$ zu wählen. Diese Situation haben wir in normalen Wechsel- oder Drehstromnetz.

Der Anpassungszustand am Eingang eines Vierpoles (VP) wird in der Literatur durch den „Return Loss“

$$R_L = -\ 20 \log |\underline{r}| \quad \text{dB.} \qquad \text{(Gl. 1.9)}$$

beschrieben. Je größer dieser Wert, umso besser ist die Anpassung. Gute Werte liegen oberhalb von 40 dB. Obwohl hier die Bezeichnung „Loss“ gewählt wurde ist es kein Verlust im bekannten Sinne das Strom Wärme erzeugt, sondern ein „Verlust“ an „Ausbeutung“ der Quelle. Manchmal wird „Return Loss“ mit aller Gewalt ins Deutsche übersetzt mit „Verlust an Rückflussdämpfung“, was kaum jemand versteht, daher bleibe ich bei „Return Loss“.

Der Anpassfaktor $|\underline{r}|$ kann messtechnisch mit einem Stehwellenmessgerät, das heute zur Grundausstattung jeder Amateurfunkstelle gehört, nach der Beziehung

$$|\underline{r}| = (VSWR - 1) / (VSWR + 1) \qquad \text{(Gl.1.10)}$$

ermittelt werden.
Bei bekannten Innenwiderstand Rs kann der Lastwiderstand Ra aus der Beziehung

$$Ra = Rs\ (1+|\underline{r}|) / (1 - |\underline{r}|) \qquad \text{(Gl.1.11)}$$

berechnet werden.

**Beispiel 1.1**
Eine Quelle hat einen reellen Innenwiderstand Rs = 50 Ω. Die Lastimpedanz sei $\underline{Z}a = (50 + j\ 50)$ Ω.
Daraus berechnet sich nach (Gl. 1.2) der komplexe Anpassfaktor zu

$$\underline{r} = (50 + j\ 50 - 50) / (50 + j\ 50 + 50) = (\ j1\ ) / (2 + j1) = 0.2 + j\ 0.4.$$

Das Betragsquadrat wird $r^2 = 0.2$ und die Wirkleistung an der reellen Last

$$P_L = Pv\ (1 - r^2) = Pv\ (1 - 0.2) = 0.8\ Pv$$

d. h. durch die Fehlanpassung zwischen Quelle und Last gehen nur 80 % der maximal verfügbaren Leistung an die Last über.

**Beispiel 1.2**
Eine Quelle hat einen reellen Innenwiderstand Rs = 50 Ω. Die Lastimpedanz sei reell Ra = 200 Ω.
Daraus berechnet sich der Anpassfaktor zu

$$r = (200 - 50) / (200 + 50) = 3/5.$$

Das Betragsquadrat wird $r^2 = 0.36$ und die Wirkleistung in die reelle Last wird

$$P_L = Pv\ (1 - r^2) = Pv\ (1 - 0.36) = 0.64\ Pv$$

d. h. nur 64 % der verfügbaren (maximal möglichen) Leistung geht an die Last über. Der Transferverlust ist 36 %, der Transferwirkungsgrad 64 %.

**Beispiel 1.3**
Eine bei Funkamateuren beliebte Anordnung ist ein Balun, 1:1 oder sogar 1:4, direkt hinter dem Senderausgang vor der Anpassschaltung. Zwischengeschaltet ist meist noch ein VSWR-Meter zur Kontrolle der Anpassung zwischen Senderausgang und Anpassnetzwerk. Ein VSWR-Meter misst das Verhältnis von Spannungen. VSWR steht für Voltage-Standig-Wave-Ratio.

Nehmen wir als Beispiel den favorisierten 1: 4 Balun, der zur Überprüfung seiner Eigenschaft mit einem 200 Ω Widerstand sekundärseitig abgeschlossen wird. Es wird immer behauptet, dass ein 1: 4 Balun, der sekundärseitig mit $R_L$ = 200 Ω abgeschlossen ist, auf der Primärseite einen reellen Widerstand von R = 50 Ω zeigt. Kann das sein?
Ein Balun, egal welches Übersetzungsverhältnis, trägt Wicklungen, die immer eine Induktivität darstellen, die mittels einer Kapazität kompensiert werden muss. Fehlt diese Kapazität kann primärseitig niemals ein rein reeller Widerstand gemessen oder beobachtet werden.
Die primärseitige Induktivität bestimmt die untere Grenzfrequenz des Balun. Wir messen die primärseitige Induktivität zu $L_1$ = 10 µH und die sekundärseitige zu $L_2$ = 40 µH. Bei der Frequenz f = 3.6 MHz und einem Koppelfaktor k = 0.97 stellt sich primärseitig eine komplexe Impedanz von rund $\underline{Z}_1$ = (40 + j 400) Ω ein, d.h. ein reeller Widerstand in Reihe mit einer Induktivität.
Die verfügbare Leistung des Senders mit den Innenwiderstand Rs = 50 Ω sei Pv = 100 W, die wir bei Anpassung an einem 50 Ω Dummy - Load gemessen haben. Welche Wirkleistung geht auf den 200 Ω Widerstand über, wenn der Balun als verlustlos betrachtet wird?
Wir berechnen nach (Gl.1.2) den Anpassfaktor bzw. gleich dessen Quadrat zu $\underline{\rho}^2$ = 0.95240928. Nach (Gl. 1.6) wird somit $P_L = Pv (1 - r^2)$ = 100 W * 0.047590 = 4.76 W und der Transferwirkungsgrad 4.76 %. Von der verfügbaren Leistung von Pv = 100 W gehen nur 4.76 W an die Last über. Würde der induktive Anteil der Eingangsimpedanz durch eine passende Kapazität bei der Frequenz f = 3.6 MHz kompensiert werden, so würde die Leistung $P_L$ = 98.76 Watt den Lastwiderstand $R_L$ = 200 Ω erreichen. Man sieht an diesem Beispiel die Wichtigkeit eines Anpassnetzwerks zwischen Sender und Antenne.

**Beispiel 1.4** (zu Überanpassung)
Das normale Wechselstromnetz mit der Leerlaufspannung Uo = 230 V eff hat einen Innenwiderstand von Rs = 0.1 Ω. Wir schließen ein Bügeleisen mit der Klemmleistung $P_L$ = 500 W an die Steckdose an und berechnen den Lastwiderstand nach dem erweiterten ohmschen Gesetz zu

Ra = 105,8 Ω.

Der Wirkungsgrad nach (Gl. 1.8) ist

$\eta$ = 100 % * Ra / (Rs + Ra) = 100 % * 105.8 (105.8 + 0.1) = 99.90 %,

ein typisches Beispiel für Spannungsanpassung.

## 2. dB- und Prozent – Rechnung

Wenn man mit Dämpfungsgliedern zu tun hat stößt man unweigerlich auf den Begriff dB oder Prozent Spannung oder Prozent Leistung. Dabei gibt es nur eine Definition für das Bel

$$B = \log (P_2/P_1) \qquad \text{(Gl. 2.1)}$$

Der zehnte Teil davon wird als Dezibel, dB

$$dB = 10 \log (P_2/P_1) \qquad \text{(Gl. 2.2)}$$

bezeichnet. Das dB ist der dekadische Logarithmus zu Basis 10. $P_2$ und $P_1$ sind dabei Leistungen die verglichen werden. Ist $P_2 > P_1$ dann ist der Logarithmus größer Null, im anderen Fall kleiner Null, also negativ. Der Klammerausdruck ist immer ohne Dimension. Sinn der dB Rechnung ist es große Zahlen-Verhältnisse über den Logarithmus händelbar und übersichtlich zu gestalten.
Manchmal werden die Leistungen über den Leistungszusammenhang $P = U^2/R$ auf Spannungen umgerechnet. Dann gilt

$$dB = 10 \log (U_2^2/R_2 : U_1^2/R_1) = 20 \log (U_2/U_1) + 10 \log (R_1/R_2) \qquad \text{(Gl. 2.3)}$$

Sind die Widerstände an denen die Spannung betrachtet wird gleich, **nur dann gilt**

$$dB = 20 \log (U_2/U_1) \qquad \text{(Gl. 2.4)}$$

Manchmal ist auch eine Umrechnung der dB Werte in Prozent notwendig und umgekehrt.

**Beispiel 2.1:**
Berechne das logarithmische Verhältnis der beiden Leistungen $P_2$ = 10000 mW und $P_1$ = 1µW.
Wir berechnen

$$a = 10 \log (10000 \text{ mW} / 1\mu\text{W}) \text{ dB} = 10 \log (10^7) \text{ db} = 70 \text{ dB}.$$

(Umrechnung von mW in µW erforderlich, damit der Klammerausdruck dimensionslos wird!)

Aus den (Gl. 2.2) und (Gl. 2.4) ist ersichtlich, dass wenn wir mit Leistungen rechnen immer der Vorfaktor 10, wenn wir mit Spannungen rechnen der Vorfaktor 20, zu nehmen ist.

## 2.1 %-Spannung in dB umrechnen

Wenn eine Spannung gegeben in %, in dB umzurechnen ist, gilt

$$a = 20 \log (x \text{ \%} / 100 \text{ \%}) \text{ dB} \qquad \text{(Gl. 2.5)}$$

**Beispiel 2.2:**
Eine Spannung soll auf 20 % einer anderen Spannung reduziert werden. Welcher Dämpfungswert des Dämpfungsgliedes ist einzustellen. Wir rechnen a = 20 log (20/100) dB = - 13.979 dB.

**Beispiel 2.3**
Wie groß ist die Ausgangsspannung eines 3 dB Dämpfungsgliedes in % der Eingangsspannung?
Mit (Gl. 2.5) ergibt sich durch Umkehrung des Logarithmus $x = 10^{-3/20}$ = 100 % / 1.4125 = 70.79 %.

## 2.2 %-Leistung in dB umrechnen

Wenn eine Leistung in % in dB umzurechnen ist gilt

$$a = 10 \log (x \text{ \%} / 100 \text{ \%}) \quad \text{dB} \qquad \text{(Gl. 2.6)}$$

**Beispiel 2.4:**
Die Ausgangsleistung ist 5 % der Eingangsleistung. Welcher Dämpfung in dB entspricht das? Nach (Gl. 2.6) gilt a = 10 log (5 /100) dB = - 13.01 dB.

**Beispiel 2.5:**
Wie groß ist die Ausgangsleistung eines 3 dB Dämpfungsgliedes im Verhältnis zur Eingangsleistung? Durch Umkehrung des Logarithmus in (Gl. 2.6) wird $x = 10^{-3/10} * 100$ % = 50.12 %, rund 50 %.

## 2.2 %-Spannung „mehr oder weniger“ in dB umrechnen

Manchmal werden Spannungs-Angaben in „ mehr oder weniger“ zu einer Bezugsgröße gemacht, wie bei der Mehrwertsteuer. Dann hat man folgende Situation:

$$U_2 = U_1 + x \text{ \% von } U_1 = U_1 (1 + x\% / 100 \text{ \%}) \qquad \text{(Gl. 2.7)}$$

und daraus das Verhältnis $(U_2/U_1) = (1 + x\% / 100 \text{ \%})$ (Gl. 2.8)

Soll (Gl. 2.8) in dB umgerechnet werden so folgt für „mehr“:

$$a = 20 \log (1 + x\% / 100 \text{ \%}) \quad \text{dB} \qquad \text{(Gl. 2.9)}$$

und entsprechend für „weniger“

$$a = 20 \log (1 - x\% / 100 \text{ \%}) \quad \text{dB} \qquad \text{(Gl.2.10)}$$

**Beispiel 2.6**
Die Ausgangsspannung eines Verstärkers ist 20 % größer als die Eingangsspannung. Welchem Wert entspricht das in dB? Nach (Gl. 2.9) folgt a = 20 log (1 + 0.2) dB = 20 log (1.2) = 1.58 dB.

**Beispiel 2.7**
Bei einem Dämpfungsglied ist die Ausgangsspannung 20 % kleiner als die Eingangsspannung. Berechne die Spannungsabsenkung in dB. Nach (Gl.2.10) folgt a = 20 log (1 – 0.2) dB = 20 log (0.8) dB = -1.93 dB.

## 2.3 %-Leistung „mehr oder weniger“ in dB umrechnen

Manchmal werden Leistungs-Angaben in „mehr oder weniger“ zu einer Bezugsgröße gemacht, wie bei der Mehrwertsteuer. Dann hat man folgende Situation:

$$P_2 = P_1 + x\ \%\ \text{von}\ P_1 = P_1\ (1 + x\% / 100\ \%) \qquad \text{(Gl.2.11)}$$

und daraus das Verhältnis $(P_2/P_1) = (1 + x\% / 100\ \%)$. (Gl.2.12)

Soll (Gl. 2.12) in dB umgerechnet werden so folgt für „mehr“:

$$a = 10 \log (1 + x\% / 100\ \%)\ \text{dB} \qquad \text{(Gl.2.13)}$$

und entsprechend für „weniger“

$$a = 10 \log (1 - x\% / 100\ \%)\ \text{dB} \qquad \text{(Gl.2.14)}$$

**Beispiel 2.8**
Die Ausgangsleistung eines Verstärkers ist 20 % größer als die Eingangsleistung. Welchem Wert entspricht das in dB? Nach (Gl. 2.13) folgt a = 10 log (1 + 0.2) dB = 10 log (1.2) = 0.79 dB.

**Beispiel 2.9**
Bei einem Dämpfungsglied messen wird die Ausgangsleistung 20 % geringer als die Eingangsleistung. Berechne die Leistungs-Absenkung in dB. Nach (Gl.2.14) folgt a = 10 log (1 – 0.2) dB = 10 log (0.8) =
= - 0.97 dB.

# 3. Allgemeine Leistungsbeziehungen an einem Vierpol (VP)

Der Vierpol oder auch 2-Tor hat 2 Eingangsklemmen und 2 Ausgangsklemmen. Wir betrachten diesen Übertragungsvierpol in Betriebsschaltung Vorwärtsbetrieb. An den Eingangsklemmen liegt die Quelle mit der Innenadmittanz $\underline{Y}s$, die Leistung in den VP eingespeist. An den Ausgangsklemmen liegt die Lastadmittanz $\underline{Y}_L$, die im Allgemeinen komplex ist.
Mit der verfügbaren Leistung der Quelle nach (Gl. 1.4) an den Eingangsklemmen ergeben sich verschiedene Leistungsdefinitionen an einem Vierpol.

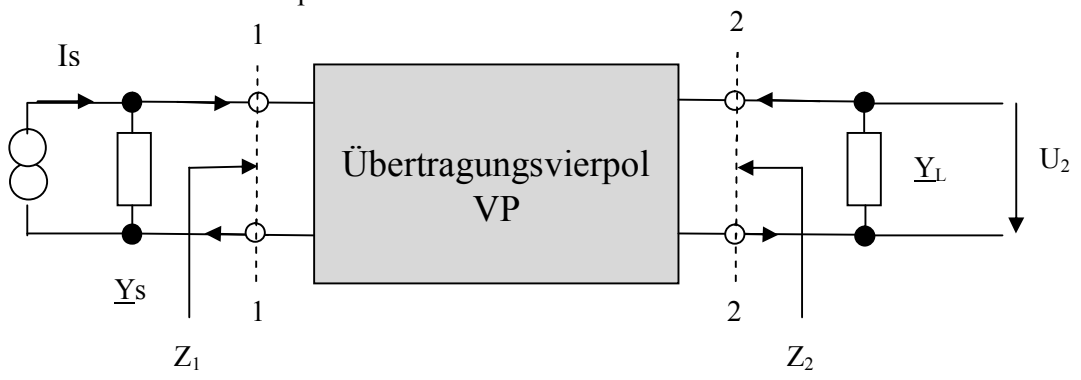


**Bild 1: Zusammenhänge am Vierpol**

## 3.1 Übertragungsleistungsverstärkung (Transducer Power Gain)

Definiert man das Verhältnis der in die Last gelieferten Leistung $P_2 = U_2^2 * G_L$ zur verfügbaren Leistung der Quelle nach (Gl. 1.4) und Bild 1

Lü = (Leistung geliefert an die Last) / (verfügbare Leistung der Quelle) (Gl.3.1)

dann ist diese abhängig von den Vierpolparametern, der Last-Admittanz und von der Innen-Admittanz der Quelle $\underline{Y}s$. Der Kehrwert der Übertragungsleistungsverstärkung wird bei passiven Vierpolen als Betriebs - Dämpfung bezeichnet.

## 3.2 Verfügbare Leistungsverstärkung (Available Power Gain)

Eine weitere Leistungs-Definition am allgemeinen Vierpol ist das Verhältnis

Lv = (verfügbare Leistung am Ausgang des Vierpoles) / (verfügbare Leistung der Quelle)

(Gl. 3.2)

Lv ist abhängig von den Vierpolparametern, der Innen-Admittanz der Quelle, nicht aber von der Last-Admittanz $\underline{Y}_L$.

## 3.3 Klemmleistungsverstärkung (Power gain)

Eine weitere Leistungs-Definition ist die Klemmleistungsverstärkung und definiert als das Verhältnis

L = (Leistung geliefert an die Last) / (Leistung die der Vierpol am Eingang aufnimmt)

(Gl. 3.3)

und abhängig ist von den Vierpolparametern, der Last - Admittanz, aber nicht von dem Innen – Admittanz der Quelle $\underline{Y}s$.
Der Kehrwert von (Gl. 3.3) ist die Dämpfung eines passiven Übertragungsvierpoles

D = 1/ L (Gl. 3.4)

und wird in meist in dB angegeben. Dann gilt a = 10 log (D) dB.

## 3.4 Maximale Leistungsverstärkung (Maximum Power Gain)

Wenn die Innen-Admittanz $\underline{Y}s$ des Senders und Last-Impedanz $\underline{Y}_L$ gleichzeitig gewählt werden können, dass sowohl an den Eingangsklemmen 1-1 nach Bild 1 und als auch an den Ausgangsklemmen 2 – 2 nach Bild 1 Leistungsanpassung herrscht, so gilt

Lü = Lv = L. (Gl. 3.5)

Die drei Leistungsverstärkungen werden dann gleich groß und zur maximalen Leistungsverstärkung.

Für Angaben von Lü, Lv, L in dB gilt

$Lü_{dB}$ = 10 log (Lü) dB usw. (Gl. 3.6)

wobei dB Werte kleiner 0 auf eine Dämpfung eines passiven Vierpols hinweisen.

Fragt man sich wozu die unterschiedlichen Leistungs-Definitionen gut sind, wird das erst klar bei der Kettenschaltung von Vierpolen und bei der Betrachtung eines rauschenden Dämpfungsgliedes. Man muss daher schon genau sagen welche Leistungsverstärkung man eigentlich meint, wenn man von Verstärkung oder Dämpfung eines Vierpoles redet.

# 4. Dämpfungsglieder berechnen

## 4.1 Das Dämpfungsglied in T- und H- Form

Das Innenleben von Dämpfungsgliedern besteht im einfachsten Fall aus ohmschen Widerständen in T- oder H- bzw. Pi- und O-Anordnung. Wird die T – oder Pi- Ausführung gewählt ist das Dämpfungsglied unsymmetrisch im Aufbau. H- und O- stehen für symmetrische Dämpfungsglieder. Ohne Berücksichtigung von Streukapazitäten ist der Frequenzbereich unbeschränkt, was natürlich im praktischen Fall nicht möglich ist. In einem späteren Abschnitt untersuchen wir daher den Frequenzgang, d.h. bis zu welcher Frequenz ein praktisch aus induktionsarmen Widerständen aufgebautes Dämpfungsglied verwendet werden kann.

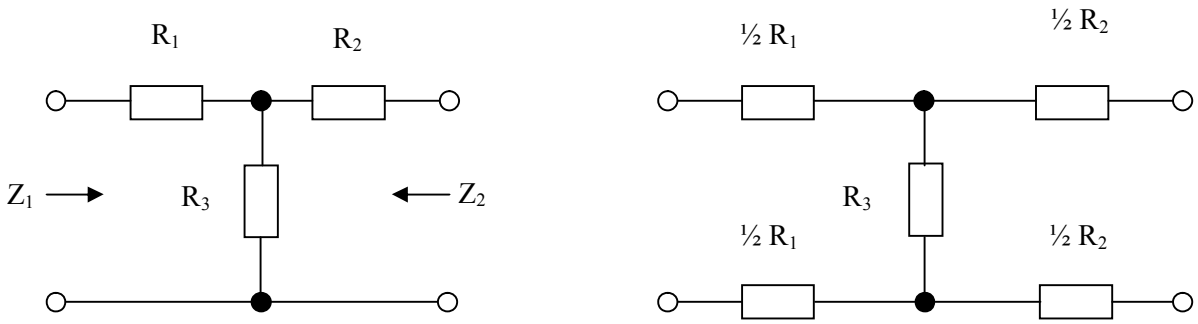


**Bild 2. Dämpfungsglieder in T- und H- Form**

Mit (Gl. 3.4) $Z_1 \geq Z_2$ und D = Leistung in das Dämpfungsglied zu der Leistung die an den Ausgangsklemmen zur Verfügung steht und gilt:

$$D = 2\, Z_1/Z_2 - 1 + 2 * [\, Z_1/Z_2\, (Z_1/Z_2 - 1)]^{1/2} \qquad \text{(Gl. 4.1)}$$

Die Widerstände $R_1$, $R_2$ und $R_3$ nach Bild 2 für das T- Dämpfungsglied, unsymmetrisch oder symmetrisch können nach etwas langweiliger Rechnung berechnet werden zu:

$$R_1 = [\, Z_1\, (D + 1) - 2\, \sqrt{D\, Z_1\, Z_2}\,] \;/\; (D - 1) \qquad \text{(Gl. 4.2)}$$

$$R_2 = [\, Z_2\, (D + 1) - 2\, \sqrt{D\, Z_1\, Z_2}\,] \;/\; (D - 1) \qquad \text{(Gl. 4.3)}$$

$$R_3 = (2\, \sqrt{D Z_1\, Z_2}\,) \;/\; (D - 1) \qquad \text{(Gl. 4.4)}$$

und bei $Z_1 = Z_2$ gilt:

$$R_1 = R_2 = Z_1 * (\sqrt{D} - 1) \;/\; (\sqrt{D} + 1) \qquad \text{(Gl. 4.5)}$$

$$R_3 = (\, 2 * Z_1 \sqrt{D}) \;/\; (D - 1) \qquad \text{(Gl. 4.6)}$$

Aus den (Gl. 4.1) bis (Gl. 4.4) wird ersichtlich, dass es nicht für alle Impedanz Verhältnisse $Z_1, Z_2$ eine Lösung gibt.

**Beispiel 4.1**

Berechne für ein symmetrisches 50Ω T- Dämpfungsglied mit der gewünschten Dämpfung $M_L$ = 10 dB die Widerstände $R_1$ bis $R_3$. Bei einer geforderten Dämpfung von $M_L$= 10 dB ergibt sich nach Umkehrung der (Gl. 2.2) ein linearer Faktor von D = 10. ($10^{D/10} = 10$)
Nach (Gl. 4.5) wird

$R_1 = R_2 = 50\ \Omega * (\sqrt{10} - 1) / (\sqrt{10} + 1) = 25.975\ \Omega$ und $R_3 = (100\ \Omega\ \sqrt{10}) / (10 - 1) =$
$= \mathbf{35.136\ \Omega}$.

Damit man nicht lange rechnen muss, für einige ausgewählte Dämpfungen die Widerstandswerte:

| Dämpfung dB | 50 Ω | 50 Ω | 75 Ω | 75 Ω |
|---|---|---|---|---|
| | $R_1 = R_2$ in Ω | $R_3$ in Ω | $R_1 = R_2$ in Ω | $R_3$ in Ω |
| 1 | 2.875 | 433.33 | 4.313 | 650.005 |
| 2 | 5.731 | 215.24 | 8.597 | 322.86 |
| 4 | 11.31 | 104.829 | 16.971 | 157.243 |
| 8 | 21.525 | 47.309 | 32.288 | 70.963 |
| 16 | 36.319 | 16.257 | 54.479 | 24.386 |
| 20 | 40.909 | 10.101 | 61.364 | 15.152 |
| 6 | 16.614 | 66.931 | 100.397 | 24.921 |

**Tab. 1: Widerstandswerte eines T- Dämpfungsgliedes in 50 Ω und 75 Ω Technik für Dämpfungen von 1 bis 20 dB – Stufung $2^n$.**

**Beispiel 4.2**

Berechne für $Z_1$ = 500 Ω und $Z_2$ = 200 Ω ein Netzwerk unter der Nebenbedingung geringster Verluste. Wir berechnen das Verhältnis von Eingangs- und Ausgangsimpedanz zu

$Z_1 / Z_2 = 500\ \Omega : 200\ \Omega = \mathbf{2.5}$

und nach (Gl 4.1) wird

$D_{min} = 2\ Z_1/Z_2 - 1 + 2 * [\ Z_1/Z_2\ (Z_1/Z_2 - 1)]^{1/2} = 5 - 1 + 2\ \sqrt{2.5}\ (1.5) = \mathbf{7.87}$.

Nach (Gl. 4.2)

$R_1 = [\ Z_1\ (D + 1) - 2\ \sqrt{D Z_1\ Z_2}\ ]\ /\ (D - 1) =$

$= [500\ \Omega\ (\ 8.87) - 2\ \Omega\ \sqrt{\ 7.87 * 500 * 200}] / (7.87 - 1) = \mathbf{387\ \Omega}$

$R_2 = \mathbf{0\ \Omega}$

$R_3 = (2\ \sqrt{\ D Z_1\ Z_2}\ ) / (D - 1) = (\ 2 * \sqrt{500\ \Omega} * 200 * 7.87) / (\ 6.78) = \mathbf{258\ \Omega}$

Die Leistungs-Dämpfung dieses einfachen Spannungsteilers wird dann

$a = 10 \log (D)$ db $= 10 \log 7.87 = 8.96$ dB

und die Spannungsübersetzung mit

$D = (U_1/U_2)^2 * R_2 / R_1$ und daraus das Spannungsverhältnis bei Berücksichtigung des

Widerstandsverhältnisses $Z_1$, $Z_2$

$(U_1/\ U_2) = \sqrt{D\ R_1/R_2} = \sqrt{7.87 * 500/200} = \mathbf{4.435.}$

## 4.2 Das Dämpfungsglied in Pi- und O - Form

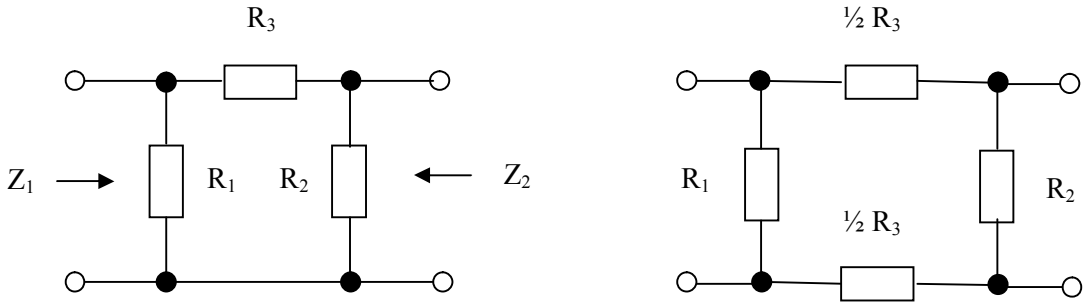


**Bild 3. Dämpfungsglieder in Pi- und O- Form**

Die Widerstände $R_1$, $R_2$ und $R_3$ nach Bild 3 für das Pi- Dämpfungsglied, unsymmetrisch oder in O –Form, können nach etwas langweiliger Rechnung berechnet werden zu:

$$R_1 = [\, Z_1 (D - 1) \sqrt{Z_2}\,] \;/\; [(D + 1)\sqrt{Z_2} \;-\; 2\sqrt{DZ_1}\,] \qquad \text{(Gl. 4.7)}$$

$$R_2 = [\, Z_2 (D - 1) - \sqrt{Z_1}\,] \;/\; [(D + 1)\sqrt{Z_1} - 2\sqrt{DZ_2}\,] \qquad \text{(Gl. 4.8)}$$

$$R_3 = [\, ½ (D - 1)]\, \sqrt{Z_1 Z_2 / D} \qquad \text{(Gl. 4.9)}$$

und bei $Z_1 = Z_2$ gilt:

$$R_1 = R_2 = Z_1 * (\sqrt{D} + 1) / (\sqrt{D} - 1) \qquad \text{(Gl.4.10)}$$

$$R_3 = Z_1 (D - 1) / [2\sqrt{D}] \qquad \text{(Gl.4.11)}$$

Aus den (Gl. 4.7) bis (Gl.4.11) wird ersichtlich, dass es nicht für alle Impedanzverhältnisse $Z_1$, $Z_2$ eine Lösung gibt.

**Beispiel 4.3**
Berechne ein 20 dB Dämpfungsglied in Pi- Form für $Z_1 = 500\ \Omega$ und $Z_2 = 200\ \Omega$. Bei einer geforderten Dämpfung von $M_L = 20$ dB berechnet sich der lineare Faktor $D = 10^2 = 100$.

Nach (Gl. 4.7 – 4.9) berechnen sich:

$R_1 = [(100 - 1)\ 500\ \Omega\ \sqrt{}\ 200\ \Omega\,] \;/\; [\,(100 + 1)\ \sqrt{}\ 200\ \Omega - 2\ \sqrt{}\ 100 * 500 =$ **714 Ω**

$R_2 = [\,(100 - 1)\ 200 * \sqrt{}\ 500\,] \;/\; [\,(100 - 1\,)\ \sqrt{}\ 500 - 2 * \sqrt{}\ 100 * 200 =$ **224.11 Ω**

$R_3 = [\, ½ (100 - 1) * \sqrt{}\ 200 * 500\ \Omega^2 / 100 =$ **1565.33 Ω**

Damit man nicht lange rechnen muss, für einige ausgewählte Dämpfungen die Widerstandswerte:

| Dämpfung dB | 50 Ω | 50 Ω | 75 Ω | 75 Ω |
|---|---|---|---|---|
| | $R_1 = R_2$ in Ω | $R_3$ in Ω | $R_1 = R_2$ in Ω | $R_3$ in Ω |
| 1 | 869.548 | 5.769 | 1304.0 | 8.654 |
| 2 | 436.212 | 11.615 | 654.317 | 17.422 |
| 4 | 220.971 | 23.848 | 331.457 | 35.773 |
| 8 | 116.143 | 52.844 | 174.214 | 79.267 |
| 16 | 68.834 | 153.777 | 103.251 | 230.666 |
| 20 | 61.111 | 247.5 | 91.667 | 371.25 |

**Tab. 2: Widerstandswerte für ein Pi - Dämpfungsglied in 50 Ω und 75 Ω Technik für Dämpfungen von 1 bis 20 dB, Stufung $2^n$.**

## 4.3. Berechnung des T- und H – Dämpfungsgliedes aus dem Spannungsverhältnis d

In manchen Fällen ist nicht das Verhältnis von Leistungen, sondern das Verhältnis von Ausgangsspannung zur Eingangsspannung vorgegeben.

Ist der lineare Wert der Leistungsdämpfung D bekannt, berechnet sich der lineare Spannungsfaktor d aus der Beziehung

$$d = \sqrt{D} \qquad \text{(Gl.4.12)}$$

und daraus berechnen sich für ein T- oder H – Dämpfungsglied die Widerstände zu

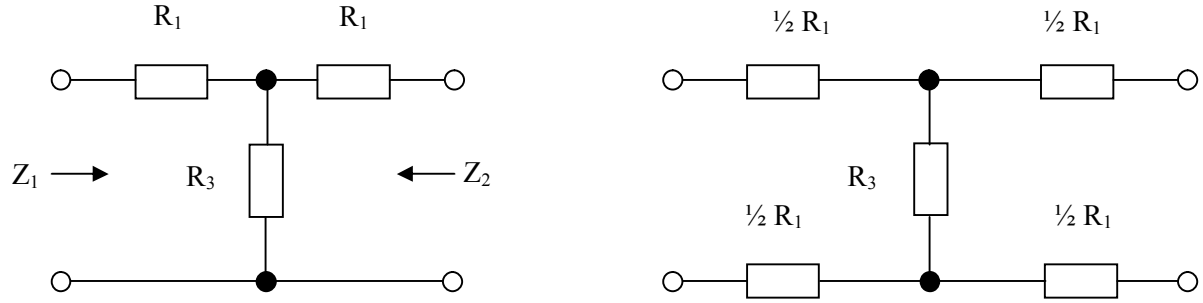


**Bild 4. Dämpfungsglieder in T- und H- Form**

$$R_1 = Ro\,(d - 1) / (d + 1) \qquad \text{(Gl.4.13)}$$

$$R_3 = Ro\ 2\ d / (d^2 - 1), \qquad \text{(Gl.4.14)}$$

dabei ist Ro die Systemimpedanz, meistens 50 oder 75 Ω.

Die Dämpfung der Anordnung nach Bild 4 ist $a = 10 \log (d^2)$ dB $= 20 \log (d)$ dB (Gl.4.15)

Ein 3 dB Dämpfungsglied vernichtet ungefähr die Hälfte der Leistung und reicht die andere Hälfte an den Abschluss weiter. Ein 10 dB Dämpfungsglied vernichtet 90 % der Leistung und reicht 10 % an den Abschuss weiter, wenn die Dämpfungsglieder in die Systemimpedanz eingebettet sind.

**Beispiel 4.4**
Dimensioniere für ein 50 Ω Dämpfungsglied in T-Form die Widerstände des T – Netzwerkes, dessen Ausgangsspannung den √10 fachen Wert der Eingangsspannung haben soll.

Nach (Gl.4.13) und (Gl.4.14) berechnet

$R_1 = 50\ \Omega\ (\sqrt{10} - 1) / (\sqrt{10} + 1) = 50\ \Omega * 2.16 / 4.16 =$ **25.975 Ω**

$R_3 = 50\ \Omega * 2\ \sqrt{10} / (10 - 1) = 100\ \Omega * 3.16 / 9 =$ **35.136 Ω.**

Der Vergleich mit Tab. 1 – 10 dB - bestätigt die Richtigkeit der Rechnung.

## 4.4 Berechnung des Pi- und O– Dämpfungsgliedes aus dem Spannungsverhältnis d

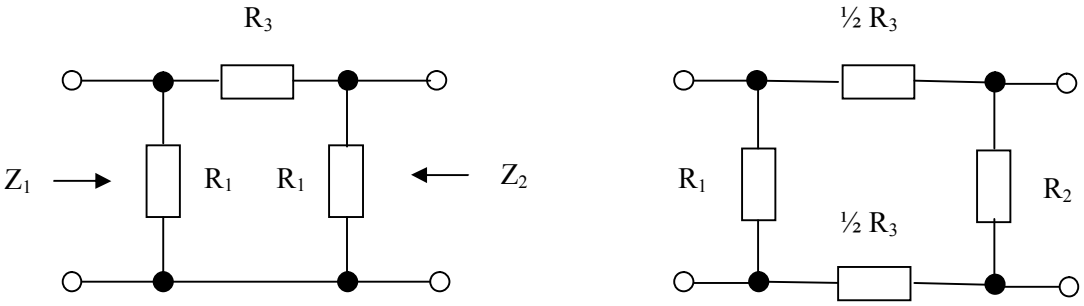


**Bild 5. Dämpfungsglieder in Pi- und O - Form, unsymmetrisch, symmetrisch**

Die Widerstände des Pi Gliedes berechnen sich zu

$$R_1 = Ro\ (d + 1) / (d - 1) \qquad \text{(Gl.4.16)}$$

$$R_3 = Ro\ (d^2 - 1) / 2\ d \qquad \text{(Gl.4.17)}$$

dabei ist Ro ist Systemimpedanz, meistens 50, 75 oder 600 Ω.

Die Dämpfung der Anordnung nach Bild 5 ist $a = 10 \log (d^2)$ dB $= 20 \log d$ dB (Gl.4.18)

**Beispiel 4.5**
Dimensioniere für ein 50 Ω Pi – Dämpfungsglied, dessen Ausgangsspannung 3 dB der Eingangsspannung haben soll, die Widerstände des Netzwerkes.
Wir berechnen mit (Gl. 2.4) das Spannungsverhältnis zu $d = 10^{0.15} = 1.412537545$. Nach (Gl.4.16) und (Gl.4.17) berechnen sich die Widerstände

$R_1 = 50\ \Omega\ (d + 1) / (d - 1) = 50\ \Omega\ (\ 2.4125\ ) / 0.4125\ =$ **292.4 Ω**

$R_3 = 50\ \Omega * / (1.995262 - 1) / 2 * 1.4125375\ =$ **17.61 Ω.**

Der Vergleich mit Tab. 1 – 3 dB - bestätigt die Richtigkeit der Rechnung.

**Anm.:**
Rechnung muss mit mindestens 5 Stellen durchgeführt werden, um den Fehler klein zu halten

## 4.4 Berechnung A-symmetrischer Dämpfungsglieder

### 4.41 A-symmetrisches Dämpfungsglied mit Ri > $R_L$

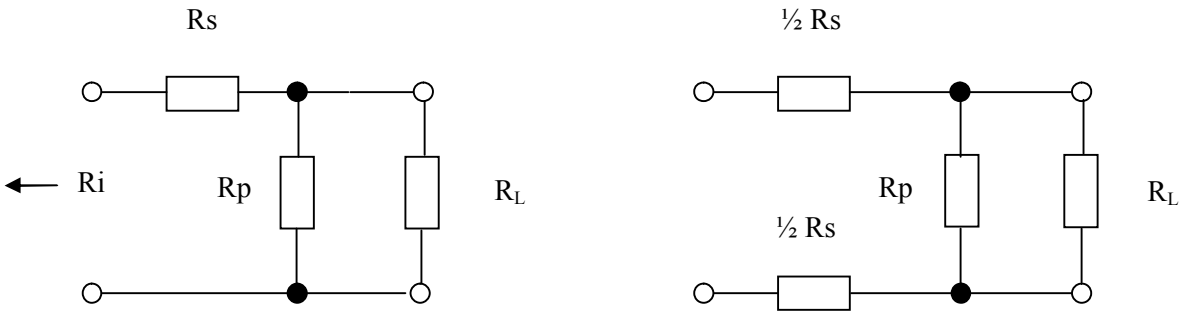


**Bild 6. Dämpfungsglieder in A-symmetrischer Form**

Für Ri > $R_L$ berechnen sich die beiden Widerstände Rs und Rp nach Bild 6 zu

$$Rs = Ri \sqrt{(1 - R_L/Ri)} \qquad \text{(Gl.4.19)}$$

$$Rp = R_L / \sqrt{(1 - R_L/Ri)} \qquad \text{(Gl.4.20)}$$

und daraus der bekannte Zusammenhang Rs * Rp = Ri * $R_L$.

**Beispiel 4.6**
Wir überprüfen das Beispiel 4.2 mit einem Innenwiderstand Ri = 500 Ω und $R_L$ = 200 Ω und berechnen nach (Gl.4.19) und (Gl.4.20)

$Rs = 500\ \Omega * \sqrt{(1 - 200/500)} = 500\ \Omega * \sqrt{(3/5)} =$ **387.298 Ω**

$Rp = 200\ \Omega / \sqrt{(3/5)} =$ **258.198 Ω**

was die Richtigkeit der Berechnung nach Beispiel 4.2 bestätigt.

Die Dämpfung nach (Gl. 4.1) beträgt D = 7.87 entsprechend $D_{dB}$ = 10 log (7.87) dB = 8.96 dB und das Spannungsverhältnis $U_1/U_2$ = 4.435 wie in Beispiel 4.2 berechnet.

### 4.42 A-symmetrisches Dämpfungsglied mit $R_L$ > Ri

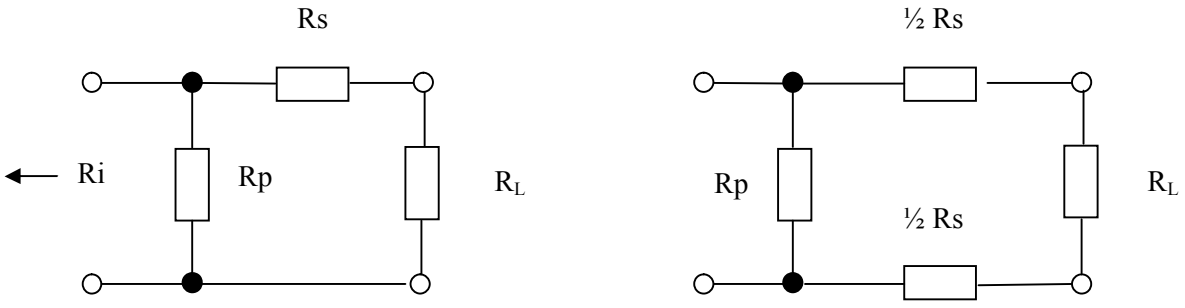


**Bild 7. Dämpfungsglieder in A-symmetrischer Form**

Für $R_L > Ri$ berechnen sich die beiden Widerstände Rs und Rp nach Bild 7 zu

$$Rs = R_{L*} \sqrt{(1 - Ri / R_L)} \qquad \text{(Gl.4.21)}$$

$$Rp = Ri / \sqrt{(1 - Ri / R_L)} \qquad \text{(Gl.4.22)}$$

was durch vertauschen von Ein- und Ausgangsklemmen und tauschen Ri gegen $R_L$ sofort übersehen werden kann.

**Beispiel 4.7**
Dimensioniere ein A-symmetrisches Dämpfungsglied mit dem Innenwiderstand Ri = 200 Ω und $R_L$ = 500 Ω. Wird berechnen nach (Gl.4.21) und (Gl.4.22) die Widerstände

$$Rs = 500\ \Omega \sqrt{(1 - 500/200)} = 500\ \Omega / \sqrt{(3/5)} = \mathbf{387.298\ \Omega}$$

$$Rp = 200\ \Omega / \sqrt{(3/5)} = \mathbf{258.198\ \Omega,}$$

die natürlich identisch sind mit den Werten aus Beispiel 4.6, was durch vertauschen der Ein- und Ausgangs - klemmen sofort übersehen werden kann.

Die Dämpfung beträgt nach (Gl. 4.1) (vertauschen von $Z_1$ und $Z_2$) D = 7.87 entsprechend a = 10 log (7.87) dB = 8.96 dB. Natürlich kann man den Dämpfungswert auch zu „ Fuß“ berechnen, wenn man die Leistung in das Netzwerk zu der Leistung an der Last ins Verhältnis setzt.

# 5. Dämpfungsglieder bei Fehlanpassung

## 5.1 Dämpfungswerte eines Dämpfungsgliedes bei Fehlanpassung am Ausgang

Von der Industrie gelieferte und auch die selbst aus Widerständen hergestellten Dämpfungsglieder sind für eine bestimmte Systemimpedanz, meist 50 oder 75 Ω dimensioniert. D.h. der vorgegebene Dämpfungswert wird nur dann erreicht, wenn das Dämpfungsglied am Ein- und Ausgang exakt mit der Systemimpedanz abgeschlossen ist.
Nur kann man nicht im sicher stellen, dass der Generator exakt die Systemimpedanz, noch das der Ausgang des Dämpfungsgliedes exakt mit der Systemimpedanz belastet ist.
Welcher Dämpfungswert stellt sich ein, wenn der Ausgang nicht exakt mit der Systemimpedanz abgeschlossen wird, die Quelle aber auf Systemimpedanz bleibt?

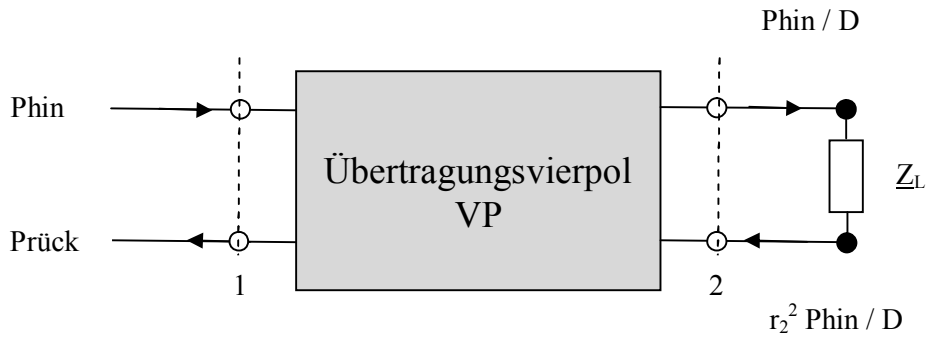


**Bild 8:** Leistungsbeziehungen am Dämpfungsglied

Zur Berechnung der Zusammenhänge betrachten wir das Bild 8 genauer. Die in das Netzwerk eingespeiste Leistung $P_{hin}$ wird im Dämpfungsglied mit dem Dämpfungsfaktor D > 1 in der Leistung reduziert und erscheint am Ausgang mit dem Wert $P_{hin}/D$. Ist das Dämpfungsglied nicht mit der Systemimpedanz abgeschlossen, sondern mit einer beliebigen komplexen Impedanz, wird eine Leistung ($P_{hin} * r_2^2 / D$) vom Ausgang zum Eingang des Dämpfungsgliedes reflektiert und wieder mit dem Faktor D gedämpft.

Wir bilden das Verhältnis der tatsächlich am Ausgang verbleibenden Leistung

$$P_{hin} /D - r_2^2 P_{hin}/D = P_{hin} (1 / D - r_2^2 / D) \qquad \text{(Gl. 5.1)}$$

zu der netto zugeführten Leistung

$$P_{hin} – P_{rück} = P_{hin} – P_{hin} (r_2^2/ D^2) = P_{hin} ( 1 - r_2^2 / D^2) \qquad \text{(Gl. 5.2)}$$

und erhalten den Totalverlust $T_L$ zu

$$T_L = (D^2 - r_2^2) / [D( 1 - r_2^2 )] \qquad \text{(Gl. 5.3)}$$

Für $r_2 = 0$ wird bei Anpassung am Ausgang aus (Gl. 5.3)

$$T_L = D \qquad \text{(Gl. 5.4)}$$

und wir erhalten den linearen Dämpfungswert D bei totaler Anpassung am Ausgang des Dämpfungsgliedes, der wie bekannt, meistens in dB angegeben und als „Matched Loss“, $M_L$ bezeichnet wird.
Der totale Verlust $T_L$ ist die Summe aus „Matched Loss“ $M_L$ und „Additional Loss“ $A_L$ durch Fehlanpassung am Ausgang des Dämpfungsgliedes

$$T_L (dB) = M_L (dB) + A_L (dB). \qquad \text{(Gl. 5.5)}$$

Mit (Gl. 5.4) gilt auch

$$M_L = 10 \log (D) \quad (db) \qquad \text{(Gl. 5.6)}$$

oder der lineare Wert

$$D = 10^{ML/10}. \qquad \text{(Gl. 5.7)}$$

Aus (Gl. 5.2) können wir das Verhältnis von rücklaufender zu hinlaufender Leistung am Eingang berechnen zu

$$P_{rück} / P_{hin} = ( r_2^2 / D^2) = r_1^2 \qquad \text{(Gl. 5.8)}$$

was den eingangsseitigen Reflexionsfaktor dar stellt.

$$r_1 = r_2 / D. \qquad \text{(Gl. 5.9)}$$

Je höher der „Matched Loss“ $M_L$, desto kleiner wird der eingangsseitige Reflexionsfaktor und die Eingangsimpedanz nähert sich der Systemimpedanz des Dämpfungsgliedes, meist 50 oder 75 Ω. $r_1$, $r_2$ und D sind dabei immer auf die **Systemimpedanz** bezogen!

**Beispiel 5.1:**
Wir berechnen einen Reflexionsfaktor $r_2 = 0.8$. Bei einem Dämpfungsglied von 3 dB ist nach (Gl. 5.9) $r_1 = 0.8 / 1.9952$, bei einem 10 dB Dämpfungsglied, $r_1 = 0.8 / 10$ und bei einem 20 dB Dämpfungsglied $r_1 = 0.8 / 100$ usw. (zu beachten: 3 dB ist nur ungefähr der Faktor 2)

**Beispiel 5.2**
Ein 50 Ω Dämpfungsglied $M_L$ = 20 dB ist am Ausgang mit einem Messgerät mit dem Innenwiderstand $R_L$ = 600 Ω belastet. Welchen Wert hat das Dämpfungsglied wirklich?
Der lineare Wert der Dämpfung ist bei $M_L$ = 20 dB der Faktor 100. Der Betrag des ausgangsseitigen Reflexionsfaktors wird mit (Gl. 1.2)

$$r = (50 – 600) / ( 50 + 600 ) = 0.8461 \text{ bzw. das Quadrat } r_2^2 = 0.7159.$$

Aus (Gl. 5.3) berechnet sich der Totale Verlust zu $T_L$ = 352.058 bzw. $T_L$ = 25.466 dB. Die Aufschrift auf dem Dämpfungsglied war a = 20 dB. Durch die Fehlanpassung am Ausgang hat sich der tatsächliche Dämpfungswert des Dämpfungsgliedes auf a = **25.466 dB** erhöht. Der zusätzliche Verlust nach (Gl. 5.5) ist

$$A_L = (25.466 – 20) \text{ dB} = 5.466 \text{ dB}.$$

**Beispiel 5.3**
Wir messen in dem Beispiel 5.2 mit einem Messgerät mit dem Innenwiderstand Ri = 600 Ω z.B. 3 Volt und gehen davon aus, dass das 20 dB Dämpfungsglied die Spannung um den Faktor 10 teilt, d.h. wir nehmen an das am Eingang $U_1$ = 30 V als Messsignal ansteht.
Mit dem exakten Wert der Dämpfung von a = 25.466 dB ist aber ein Signal von $U_1 = 3 * 20^{(25.466/20)} =$ 56.288 Volt vorhanden. Der absolute Messfehler daher ΔU = (56.288 – 30) V = 26.28 V, immerhin ein Fehler von F = 87.62 %. Von Präzisionsmessung mit einem geeichten Dämpfungsglied keine Rede. Hätten wir mit einem Messgerät mit Ri = 1000 Ω/Volt die 3 Volt gemessen, dann wäre die tatsächliche Dämpfung a = 31.90 dB und der Messfehler noch größer.

**Später im Abschnitt 5.3 wird gezeigt wie man etwas leichter die Zusatzdämpfung $A_L$ berechnen kann.**

**Beispiel 5.4**
Für die Bestimmung der Bandbreite eines Vierpoles wird meistens die 3 dB Methode verwendet. Dabei bestimmt man die Frequenzen an denen die Spannung um den Faktor 0.707 gegenüber dem Maximalwert abgesunken bzw. die Leistung auf die Hälfte reduziert ist, entsprechend 3dB.
Es wird empfohlen mindestens ein 20 dB + 3 dB Dämpfungsglied vor den Messkanal zu schalten. Danach wird die Dämpfung um 3dB auf 20 dB verringert und die Frequenz verändert und bis der gleiche Spannungswert am Spannungsmesser abgelesen werden kann. Aus dem Abstand aus oberer und unterer Frequenz des Messsenders wird die Bandbreite bestimmt.

Wir haben also die Situation: 1. Einstellung 23 dB, 2. Einstellung 20dB. Das hinter dem Dämpfungsglied verwendete Voltmeter habe eine Eingangsimpedanz von $R_{in}$ = 600 Ω.

Aus gleichen Berechnungen wie in Beispiel 5.1 haben wir bei Einstellung 23 dB in Wirklichkeit 23dB + 5.466 dB = 28.466 dB und in der 2. Einstellung 20 dB + 5.466 dB = 25.466 dB. Die Differenz ist 3 dB. Wir können also trotz der veränderten Grunddämpfung mit der 3dB Methode eine Präzisionsmessung durchführen, da es nicht auf den Absolut Wert drauf ankommt. Bedingung ist die Vorschaltung eines Dämpfungsgliedes mit der Mindestdämpfung von $M_L$ = 20 dB.

**Beispiel 5.5**
Aus Unkenntnis der oben genannten Zusammenhänge messen wir ohne Vorschaltung eines 20 dB Dämpfungsgliedes mit dem gleichen Messgerät und dem Innenwiderstand Rin = 600 Ω. Zur Messung der Bandbreite wird beim Maximalwert das ein geschleifte 3 dB Dämpfungsglied auf null eingestellt und die Messpunkte durch verändern der Frequenz gesucht, an denen sich der gleiche Spannungswert auf der Skala des Voltmeters einstellt.
Aus obiger Rechnung nach (Gl. 5.3) wird bei Fehlabschuss durch das Spannungsmessgerät ein Dämpfungswert von a = 3 dB + 5.466 dB = 8.47 dB tatsächlich eingestellt. Die Messung ist unbrauchbar.

## 5.2 Dämpfungswerte eines Dämpfungsgliedes bei Fehlanpassung am Eingang

Bei den Berechnung des tatsächlichen Dämpfungswertes in Abschnitt 5.1 sind wir immer davon ausgegangen, dass das Dämpfungsglied am Eingang mit der Systemimpedanz abgeschlossen ist, meist 50 oder 75, früher 60 Ω.
Durch Fehlanpassung am Eingang zwischen Quelle und Dämpfungsglied ergibt sich eine Verringerung der in das Dämpfungsglied gelieferten Leistung, was einer Dämpfung entspricht.
Nach (Gl. 1.3) gilt

$$P_{in} = Pv\ (1 - r_1^2) \qquad \text{(Gl. 1.3)}$$

Nach (Gl. 3.3) ist die Leistung am Abschusswiderstand

$$P_{in}\ L = P_2 \qquad \text{(Gl.5.10)}$$

Eingesetzt in (Gl. 1.3) wird daraus

$$P_2 / (L\ Pv) = (1 - r_1^2) \qquad \text{(Gl.5.11)}$$

Nun ist mit (Gl. 3.1) Lü eingesetzt

$$Lü / Lv = (1 - r_1^2) \qquad \text{(Gl.5.12)}$$

und der Kehrwert die Gesamtdämpfung Dü

$$Dü = D^*\ 1 / (1 - r_1^2) \qquad \text{(Gl.5.13)}$$

und logarithmiert, da es sich um Leistungen handelt, der Faktor 10

$$Dü = 10 \log (D)\ dB + 10 \log [1 / (1 - r_1^2)]\ dB \qquad \text{(Gl.5.14)}$$

In (Gl. 5.14) ist bewusst das + Zeichen gewählt worden um zu zeigen, dass sich die Dämpfung durch die Fehlanpassung am Eingang $A_L$ immer vergrößert.

$$A_L = 10 \log [1 / (1 - r_1^2)] \quad dB. \qquad \text{(Gl.5.15)}$$

**Beispiel 5.6**
An einem Sinus-Signalgenerator mit dem Innenwiderstand Ri = 600 Ω wird ein 50Ω - 20 dB Dämpfungsglied geschaltet um den Signalpegel zu reduzieren. Das DÄMPFUNGSGLIEDER ist mit einem 50 Ω Leistungsmesswerk abgeschlossen. Welcher tatsächliche Dämpfungswert ist zu berücksichtigen?

Wir berechnen den Betrag des eingangsseitigen Reflexionsfaktors zu $r_1 =$ (600 – 50) / (600 + 50) = 0.8461 bzw. den Wert des Ausdruckes $[1 / (1 - r_1^2)]$ zu 0.28402 und daraus die Zusatzdämpfung $A_L$ = 5.466 dB. Die Gesamtdämpfung des Dämpfungsgliedes ist nach (Gl. 5.13) dann Dü = 25.466 dB und nicht 20 dB!

Der lineare Faktor für die Leistungsreduzierung ist bei 20 dB entsprechend 100, bei Dü = 25.466 dB, allerdings Dü = 352, was bei der Messung zu berücksichtigen ist.

**Beispiel 5.7**
Ein Hersteller eines 50 Ω Messkopfes eines Leistungsmessgerätes gibt für einen Frequenzbereich bis 12 GHz einen Fehler im VSWR von 1.5 : 1 an. Wir wollen die Rauschzahl eines rauscharmen Verstärkers messen. Zum Schutz des Leistungsmesskopfes schalten wir ein 10 dB Dämpfungsglied davor. Die Anzeige am Messwerk ist P = 20 mW. Welche Leistung wird tatsächlich mit dem vorgeschalteten 10 dB Dämpfungsglied gemessen?

Wir berechnen aus dem VSWR den Reflexionsfaktor zu r = (1.5 - 1) / (1.5 + 1) = 0.2 und die Zusatzdämpfung nach (Gl.5.15) $A_L$ = 0.177 dB. Die Gesamtdämpfung $T_L$ = 10 dB + 0.177 dB = 10.177 dB und der lineare Faktor $T_L$ = 10.666. Das Messwerk zeigt P = 20 mW an, der tatsächliche Messwert ist aber P `= 20 mW * 10.416 = 208.32 mW. Der Fehler daher f = 208.32 – 200 mW = 8.32 mW oder f `= 4.16 %. Also weit weg von einer Präzisionsmessung, wenn man die Fehlanpassung nicht berücksichtigt.

## 5.3 Dämpfungswerte eines Dämpfungsgliedes bei Fehlanpassung am Ein- und Ausgang

Ist ein Dämpfungsglied am Ein – Ausgang fehlangepasst, dann ergibt sich die Gesamtdämpfung aus einer ähnlichen Überlegung wie unter Abschnitt 5.2 zu

$$Dü_{dB} = 10 \log [1 - r_s^2) / (1 - r_s r_1`)^2] + 10 \log (D) + 10 \log [1 / (1 - r_2^2)] \qquad \text{(Gl.5.16)}$$

mit den Beträgen der Reflexionsfaktoren $r_s$ am Eingang, dem Reflexionsfaktor $r_1$`der sich berechnet aus der sich einstellenden Eingangsimpedanz durch die Fehlanpassung am Ausgang und dem Reflexionsfaktor $r_2$ am Ausgang. Die Zusatzdämpfung durch Fehlanpassung am Ein- und Ausgang ist

$$A_L^{dB} = 10 \log [1 - r_s^2) / (1 - r_s r_1`)^2] + 10 \log [1 / (1 - r_2^2) ] \qquad \text{(Gl.5.17)}$$

$$A_L = A_{L1} + A_{L2} \qquad \text{(Gl.5.18)}$$

und addiert sich immer zu der Grunddämpfung $M_L$ des Dämpfungsgliedes egal ob das Dämpfungsglied 3, 10, 20 oder 30 dB oder mehr hat.

Die (Gl.5.16) setzt sich aus 3 Summanden zusammen. Der erste stellt den Verlust durch die Fehlanpassung am Eingang dar. Der zweite Summand ist die Grunddämpfung bei beidseitiger Anpassung $M_L$, der dritte Summand stellt den Verlust durch Fehlanpassung am Ausgang des Dämpfungsgliedes dar.

Welchen enormen Einfluss die Abschlusswiderstände auf den Dämpfungswert haben zeigt das folgende Beispiel mit einem 3 dB Dämpfungsglied.

**Beispiel 5.8**
An einem Sinus- Generator mit Ri = 600 Ω ist ein $M_L$ = 3 dB T-Dämpfungsglied angeschlossen um den Leistungspegel zu senken. Wir messen mit einem Leistungsmesswerk mit einem Innenwiderstand von $R_L$ = 1000 Ω, $P_2$ = 50 mW. Welche Leistung liefert der Generator tatsächlich?
Der Betrag des ausgangsseitigen Reflexionsfaktors ist $r_2$ = (1000 – 50) / (1000 + 50) = 0.90476. bzw. der zusätzliche Verlust $A_{L2}$ = 7.413 dB. (Summand 3 in (Gl. 5.17))
Wir berechnen den eingangsseitigen Reflexionsfaktor zu $r_1$ = (600 - 50 / (600 + 50) = (11/13). Durch den Fehlabschluss am Ausgang ist die Eingangsimpedanz nicht mehr 50 Ω, sondern berechnet sich aus einer Nebenrechnung zu $R_{in}$ = 132.97 Ω und daraus der Reflexionsfaktor $r_1$` = (600 – 132.97) /(600 + 132.97) = 0.637. Nach (Gl.5.17) berechnet sich der Verlust durch Fehlanpassung am Eingang zu $A_{L1}$ = 1.259 dB. Die Gesamtdämpfung nach (Gl.5.16) ist daher Dü = 1.259 dB + 3dB + 7.413 dB = 11.67 dB. Der lineare Faktor ist durch Umkehrung des Log dann k = 14.689. Der Generator liefert daher P = 50 mW * 14.689 = 734.46 mW. ($S_{11}$ = 0.673, $S_{12}$ = 0.261, $S_{21}$= 0.261, $S_{22}$ = 0.780 – siehe Abschnitt 7.3)

Kennt man die Zusammenhänge nicht, dann würde man davon ausgehen, dass das 3 dB Dämpfungsglied die Leistung um den Faktor 2 reduziert, d.h. der Generator würde 100 mW liefern – also völlig falsch.

**Bemerkung:**
Die Berechnungen der Dämpfungen in obigen Beispielen gelten für alle Dämpfungsglieder mit gleicher Dämpfung, egal ob in T-, H- Pi- oder O-Ausführung. Wichtig sind nur der Matched Loss $M_L$ und die ein- und ausgangsseitigen Abschusswiderstände bzw. Impedanzen.

### Anmerkung:

Die Betrachtungen zu Abschnitt 5 sind deshalb sinnvoll, weil wir uns immer auf die Angaben der Messgeräte Hersteller verlassen – ohne nachzudenken. Wir verwenden einen Sinusgenerator mit einem Innenwiderstand lt. Hersteller mit Ri = 50, 75 oder 600 Ω und das angeblich über den gesamten Frequenzbereich. Nur stimmt das denn wirklich?
Bei den Messwerken ist es ähnlich. Der Leistungsmesskopf hat lt. Hersteller 50 Ω über einen Frequenzbereich 0 bis 18 GHz. Auch hier die Frage: stimmt das wirklich? Ohne Überprüfung gehen wir davon aus und erleben dann große Überraschungen bei Präzisionsmessungen auch mit geeichten Dämpfungsgliedern. Wie man den Dämpfungswert eines unbekannten oder auch bekannten Dämpfungsgliedes bestimmt oder überprüft wird später in diesem Beitrag gezeigt.

### Zusammenfassung des Abschnittes 5

Wie aus den Überlegungen und Berechnungen des Abschnittes 5 ersichtlich, **vergrößern** Fehlanpassungen, egal ob am Ein- oder Ausgang eines Dämpfungsgliedes, den Dämpfungswert teilweise erheblich und können Messungen total verfälschen. Während Streukapazitäten, wie wir noch sehen werden, den Dämpfungswert verkleinert.

### Merke:

**Nur wenn das Dämpfungsglied in seine Systemimpedanz eingebettet wird, stimmt der aufgedruckte oder eingestellte Dämpfungswert – das gilt auch für Präzisionsdämpfungsglieder und Eichteiler.**

## 6. Kettenschaltung von Vierpolen – einfache Leistungsbeziehungen

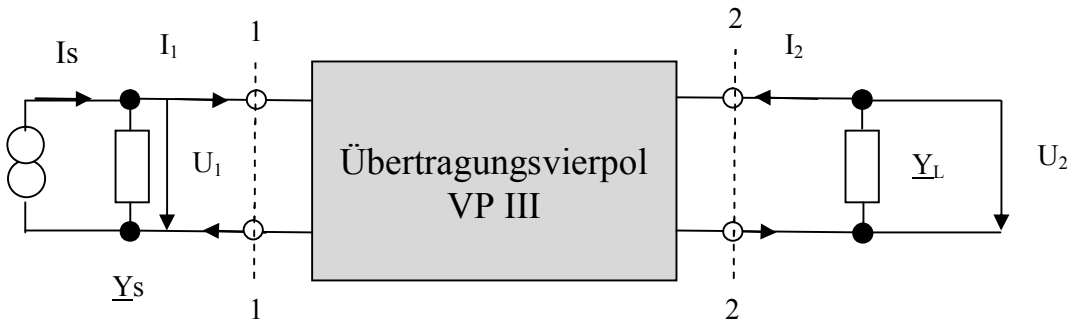


**Bild 9: Gesamtübertragungsleistungsverstärkung bei der Kettenschaltung von Vierpolen**

### 6.1 Einfache Leistungsbeziehungen bei der Kettenschaltung von Vierpolen

Bei der Kettenschaltung – Reihenschaltung – von Vierpolen, also auch Dämpfungsgliedern, wird die Bedeutung der verschieden Leistungsdefinitionen nach Abschnitt 3 deutlich.

In dem in Bild 9 ganz allgemein dargestellten Übertragungsvierpol ist die Übertragungsleistungs-Verstärkung definiert als das Verhältnis der in die Last gelieferten Leistung $P_2 = U_2^2 * G_L$ zur verfügbaren Leistung der Quelle nach (Gl. 1.4)

$L\ddot{u}_{III}$ = (Leistung geliefert an die Last) / (verfügbare Leistung am Ausgang des vorgeschalteten Vierpoles 2)

(Gl. 6.1)

Die so definierte Leistungsverstärkung bezieht sich auf die verfügbare Leistung der Quelle! Wird diesem Vierpol ein weiterer Vierpol II vorgeschaltet, dann ist die verfügbare „Leistung der Quelle“ jetzt die verfügbare Leistung am Ausgang des vorgeschalteten Vierpoles II. Diese berechnet sich aus der verfügbaren

Leistung der diesem vorgeschalteten Vierpol II angeschlossenen Quelle mittels der unter 3.2 genannten **verfügbaren Leistungsverstärkung Lv**

Die Gesamtverstärkung $Lü_{ges}$ ist daher

$$Lü_{ges} = Lv_{II} * Lü_{III}. \qquad \text{(Gl. 6.2)}$$

Wird diesen beiden Vierpolen ein weiterer Vierpol I vorgeschaltet, dann ist nach gleichen Überlegungen

$$\mathbf{Lü_{ges} = Lv_I * Lv_{II} * Lü_{III}} \qquad \text{(Gl. 6.3)}$$

d.h die Gesamt – Leistungsübertragung $Lü_{ges}$ ist immer das Produkt der **verfügbaren Leistungsverstärkungen** der vorgeschalteten Vierpole multipliziert mit der **Übertragungsleistungsverstärkung** des letzten Vierpoles der Kette.

**Es ist also nicht das Produkt von irgendwelchen, undefinierten Leistungsverstärkungen der einzelnen Vierpole, wie in der Literatur immer wieder angegeben!**

# 7. Kettenform der Vierpolgleichungen

## 7.1 Die ABCD- Matrix bei der Kettenschaltung von Vierpolen

Zur Berechnung der Kettenschaltung beliebiger Kettenvierpole ist die Kettenform der Vierpolgleichungen sinnvoll. Die Kettenform ist definiert als

$$\begin{aligned} U_1 &= a\ U_2 + b\ I_2 \\ I_1 &= c\ U_2 + c\ I_2 \end{aligned} \qquad \text{(Gl. 7.1)}$$

und verknüpft die Eingangsgrößen $U_1$, $I_1$ des Übertragungsvierpoles mit den Ausgangsgrößen $U_2$, $I_2$. Dabei sind die Ausgangsgrößen die unabhängigen, die Eingangsgrößen die abhängigen Variablen. Die Kettenparameter a, b, c, d sind im Allgemeinen komplexe Größen mit Betrag und Phase. Im speziellen Fall der Dämpfungsglieder sind die Parameter aber reelle Größen.

Die Kettenform wird gerne in Matrix Schreibweise

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \qquad \text{(Gl. 7.2)}$$

geschrieben und als ABCD-Matrix bezeichnet.

Die Kettenmatrix ist sinnvoll bei der Kettenschaltung – Reihenschaltung - von beliebig vielen Kettenmatrizen, weil die resultierende Matrix durch Multiplikation der einzelnen Kettenmatrizen berechnet werden kann. Die Kettenparameter a, b, c und d berechnen sich bei einer gegebenen Schaltung einfach aus (Gl.7.1) durch wahlweises Nullsetzen der Spannungen $U_2$ bzw. $I_2$.
In der Messtechnik, zur Bestimmung der Parameter, müssen Ströme und Spannungen gemessen werden. Im HF-Bereich macht das riesige Probleme, daher wurden die S – Parameter eingeführt, die mittels Leistungsmessung ermittelt und im nachfolgenden Abschnitt behandelt werden. Zwischen den S – Parametern (Streu-Parameter) und der ABCD-Matrix gibt es einfache Zusammenhänge, die später erläutert werden.

Dämpfungsglieder in T – oder Pi – Form bestehen aus Serien- und Reihen- Elementen für die jeweils eine charakteristische Kettenmatrix berechnet werden kann. Die Kettenmatrix der gesamten Schaltung ergibt sich dann sehr einfach durch Matrizenmultiplikation der einzelnen Kettenmatrizen.

## 7.2 Die ABCD-Matrix von Grundvierpolen

### 7.21 Kettenmatrix eines Serien Elementes mit dem Widerstandswert Z ist

$$A = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(Gl. 7.3)}$$

### 7.22 Kettenmatrix eines Shunt Elementes mit dem Leitwert Y ist

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(Gl. 7.4)}$$

Das T- Netzwerk des Dämpfungsgliedes besteht aus der Reihenschaltung (Kettenschaltung) von einem Serien-, einem Parallel- und wieder einem Serien – Element entsprechend Bild 10.

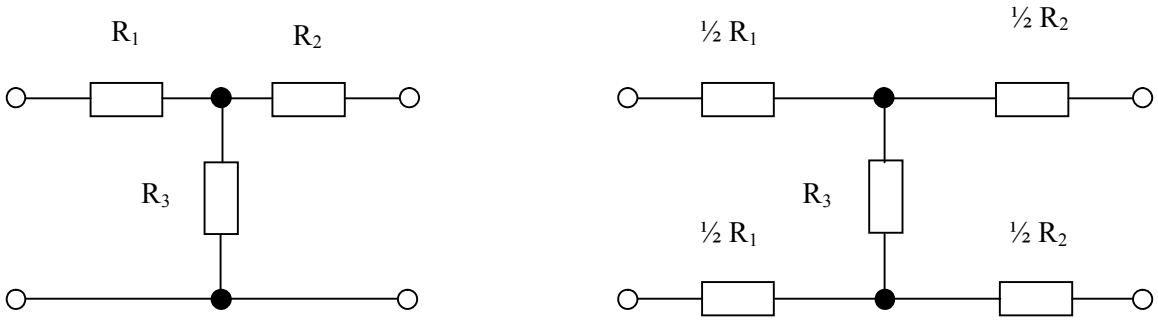


**Bild 10:**

Die Matrizen Multiplikation ergibt die ABCD – Matrix Elemente der **T- Schaltung** zu

$$A = (1+ Z_1/Z_3) \qquad \text{(Gl. 7.5)}$$

$$B = (Z_1 + Z_2 + Z_1 * Z_2/Z_3) \qquad \text{(Gl. 7.6)}$$

$$C = (1 / Z_3) \qquad \text{(Gl. 7.7)}$$

$$D = (1+ Z_2/Z_3) \qquad \text{(Gl. 7.8)}$$

Das Pi- Netzwerk des Dämpfungsgliedes besteht aus der Reihenschaltung (Kettenschaltung) von einem Parallel- , einem Serien. und wieder einem Parallel – Element entsprechend Bild 11.

Die Matrizen Multiplikation ergibt die ABCD - Elemente der **Pi- Anordnung** zu

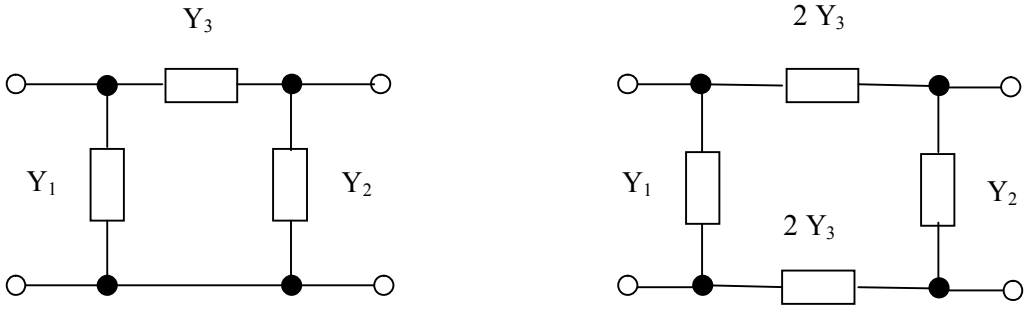


**Bild 11:**

$$A = 1 + Y_2/Y_3 \quad \text{(Gl. 7.9)}$$

$$B = 1/ Y_3 \quad \text{(Gl.7.10)}$$

$$C = Y_1 + Y_2 * Y_1 * Y_2/Y_3 \quad \text{(Gl.7.11)}$$

$$D = 1 + Y_1/Y_3 \quad \text{(Gl.7.12)}$$

## 7.3 Ketten- und Streuparameter – Zusammenhänge

Die Streuparameter geben das Verhalten des Zwei-Tors in Wellengrößen wieder, wie in Abschnitt 5 beleuchtet. Das hat den Vorteil, das bei der Messung der Vierpolkonstanten keine Spannungen und Ströme gemessen und die Ein- bzw. Ausgänge nicht kurzgeschlossen bzw. offen gelassen werden müssen.
Streuparameter können durch eine einfache Leistungsmessung bei Abschluss des Vierpoles mit einer Systemimpedanz – meist 50 Ω – bestimmt werden.
Die Wellengrößen werden durch die Streuparameter miteinander verknüpft und zeigen die Abhängigkeiten zwischen beiden Toren eines Vierpoles, d.h. den jeweils hinlaufenden Anteil und den rücklaufenden Anteil. Wie in Abbildung 8 gezeigt, ergeben sich an Tor 1 eine hinlaufende und eine rücklaufende Wellengröße. Ebenso ergeben sich an Tor 2 eine hinlaufende und eine rücklaufende Wellengröße, bekannt von den Vorgängen auf Leitungen.

Die S – Parametern sind definiert als

$$b_1 = (S_{11}\, a_1 + S_{12}\, a_2) \quad \text{(Gl.7.13)}$$

$$b_2 = (S_{21}\, a_1 + S_{22}\, a_2) \quad \text{(Gl.7.14)}$$

Die einzelnen Streuparameter lassen sich mit Hilfe spezieller Randbedingungen für $a_1$ bzw. $a_2$ interpretieren. Die Elemente der Streu - Matrix sind:

$S_{11} = b_1/a_1$ $(a_2 = 0)$ Eingangsreflexionsfaktor $r_1$ bei angepasstem Ausgang (Gl.7.15)

$S_{12} = b_1/a_2$ $(a_1 = 0)$ Rückwärtstransmissionsfaktor bei angepasstem Eingang (Gl.7.16)

$S_{21} = b_2/a_1$ $(a_2 = 0)$ Vorwärtstransmissionsfaktor bei angepasstem Ausgang (Gl.7.17)

$S_{22} = b_2/a_2$ $(a_1 = 0)$ Ausgangsreflexionsfaktor $r_2$ bei angepasstem Eingang. (Gl.7.18)

Werden obige Werte in dB angegeben gilt immer

$$Sij^{(dB)} = 20 \log (Sij). \quad \text{(Gl.7.19)}$$

In dieser Abhandlung über „Dämpfungsglieder unter Lupe“ interessieren diese Zusammenhänge nur zu Verwendung bei Dämpfungsgsliedern, d.h. wie berechne ich die S – Parameter für Dämpfungsglieder in T- oder Pi - Form.

**Beispiel 7.1**
Ein 50 Ω, T - Dämpfungsglied ($R_1 = R_2$) ist reflexionsfrei abgeschlossen und soll eine Einfügedämpfung $M_L = 6$ dB haben. Berechne die S-Parameter.

Reflexionsfrei bedeutet, dass die Reflexionsfaktoren am Ein- und Ausgang, $S_{11}$ und $S_{22}$, gleich Null sind.

Aus (Gl.7.19) ergibt sich $S_{21}$ (6dB) = 20 log ($S_{21}$) und daraus durch Umkehrung der Log Funktion $S_{21}$ = 0.501. Aus Gründen der Symmetrie ist $S_{21} = S_{12}$. Die S – Parameter dieses Dämpfungsgliedes daher

$$S_{(6dB)} = \begin{vmatrix} 0 & 0.501 \\ 0.501 & 0 \end{vmatrix}$$

Mit ein wenig langweiliger Rechnung findet man die Zusammenhänge zwischen einer ABCD - Matrix und den S – Parametern zu

$$S_{11} = (A + B/Zo - C * Zo - D) / N \qquad \text{(Gl.7.20)}$$

$$S_{12} = 2 (A * D - B * C) / N \qquad \text{(Gl.7.21)}$$

$$S_{21} = 2 / N \qquad \text{(Gl.7.22)}$$

$$S_{22} = (-A + B/Zo - C * Zo + D ) / N \qquad \text{(Gl.7.23)}$$

mit dem Nenner N

$$N = (A + B/Zo + C * Zo + D) \qquad \text{(Gl.7.24)}$$

**Beispiel 7.2**
Berechne die Widerstände des T – Dämpfungsgliedes aus Beispiel 7.1 nach Bild 12, dass am Ein – und Ausgang mit der Systemimpedanz Zo = 50 Ω abgeschlossen ist.

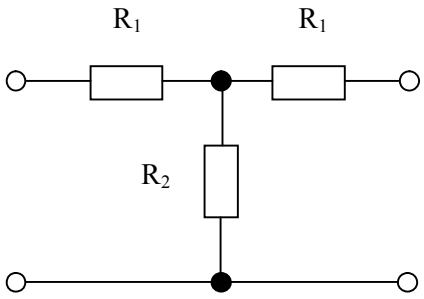


**Bild 12: T-Netzwerk gleicher Ein- und Ausgangsimpedanz**

Die Kettenmatrix ABCD des T- Dämpfungsglieds nach Bild 12 entsteht durch Multiplikation der einzelnen Kettenmatrizen. Die ABCD - Komponenten sind

$$A = 1 + R_1/R_2 \qquad \text{(Gl.7.25)}$$

$$B = (R_1^2 + R_2^2) / R_2 \qquad \text{(Gl.7.26)}$$

$$C = 1 /R_2 \qquad \text{(Gl.7.27)}$$

$$D = 1 + R_1/R_2 \qquad \text{(Gl.7.28)}$$

Aus (Gl.7.20) und (Gl.7.22) bzw. (Gl.7.13) und (Gl.7.16) ergibt sich das A = D und (B / Zo) = C * Zo ist. Aus $S_{21}$ folgt für das 6 dB Dämpfungsglied

$S_{21} = ½ = 1 / ( A + C * Zo)$ und daher $A + C * Zo = 2 = (1/2) (R_1 + R_2) + Zo/R_2$

und daraus folgt: $R_1 + Zo = R_2$ und (Gl.7.29)

aus $S_{12}$ folgt

$$S_{12} = A^2 - (C^* Zo)^2 = 1 = (R_1 + R_2)^2 / R_2^2 - (Zo/R_2)^2 = 1 \qquad \text{(Gl.7.30)}$$

und daraus: $R_1^2 + 2 R_1 * R_2 = Zo2$

Aus (Gl.7.30) und (Gl. 7.8) folgt die quadratische Gleichung

$$3 R_1^2 - 2 Zo^* R^1 - Zo^2 = 0$$

und deren Lösung: $R_1 = - ⅓ Zo \pm 2/3 Zo$. Da $R_1$ größer Null sein muss, gilt

$$R_1 = Zo/3 \qquad \text{(Gl.7.31)}$$

und

$$R_2 = 4/3 Zo \qquad \text{(Gl.7.32)}$$

Mit Zo = 50 Ω folgt **$R_1$ = 50/3 Ω** und **$R_2$ = 4/3 * 50Ω.** Der Vergleich mit Tab. 1 zeigt die Richtigkeit der Rechnung, dabei wurde mit dem Faktor 2 für 6 dB gerechnet, was nicht genau stimmt, denn $10^{6/20} = 1.9952$, also nur rund 2.
Eine allgemeine Lösung für ein T-Netzwerk findet man natürlich, wenn man die (Gl. 7.5 – 7.8) mit den (Gl.7.20 - 7.23) verknüpft und bedenkt, dass $S_{11}$ und $S_{22}$ Null sein müssen.

**Beispiel 7.3**
Nach Tab. 1 sind die Widerstände eines 3 dB Dämpfungsgliedes im Längszweig $R_1 = R_2 = 8.56$ Ω und R3 = 141.8 Ω.

Die ABCD-Matrix ist daher mit (Gl.7.3) und (Gl.7.4)

$$ABCD = \left|\begin{matrix} 1 & 8.56 \\ 0 & 1 \end{matrix}\right| * \left|\begin{matrix} 1 & 0 \\ 1/141.8 & 0 \end{matrix}\right| * \left|\begin{matrix} 1 & 8.56 \\ 0 & 1 \end{matrix}\right| \qquad \text{(Gl.7.33)}$$

und daraus durch Multiplikation der einzelnen Matrizen

$$A = 1.60, \quad B = 17.63, \quad C = 0.0071 \text{ und } \quad D = 1.06$$

Mit (Gl.7.20) bis (Gl.7.23) folgt daraus

$$S_{11} = 0, \quad S_{12} = 0.707, \quad S_{21} = 0.707 \text{ und } \quad S_{22} = 0$$

was sofort verständlich wird, denn 3dB entspricht bekanntlich einen Spannungsabfall auf den Wert 0.7079!
Da das 3 dB Dämpfungsglied in diesem Beispiel zwischen der Systemimpedanz eingebettet ist, werden die Eingangs- und Ausgangsreflexionsfaktoren $S_{11} = S_{22} = 0$!

| Dämpfung dB | 50 Ω | 50 Ω | 75 Ω | 75 Ω |
|---|---|---|---|---|
| | $S_{11} = S_{22}$ | $S_{12} = S_{21}$ | $S_{11} = S_{22}$ | $S_{12} = S_{21}$ |
| 1 | 0 | 0.891 | 0 | 0.891 |
| 2 | 0 | 0.794 | 0 | 0.794 |
| 4 | 0 | 0.631 | 0 | 0.631 |
| 8 | 0 | 0.398 | 0 | 0.398 |
| 16 | 0 | 0.158 | 0 | 0.158 |
| 20 | 0 | 0.100 | 0 | 0.100 |
| 6 | 0 | 0.501 | 0 | 0.501 |

**Tab. 3**

Die $S_{12} = S_{21}$ Werte in Tab. 3 können leicht berechnet werden.

**Beispiel 7.4:**
Wir möchten die $S_{12} = S_{21}$ Werte eines T- Gliedes mit $M_L$ = 2 dB Dämpfung nach Bild 12 berechnen. Da Eingangs- und Ausgangsanpassung herrscht, wird folglich $S_{11} = S_{22} = 0$, d.h. die Reflexionsfaktoren am Ein- und Ausgang sind Null. Nach (Gl.7.19) gilt - 2dB = - 20 log ($S_{12}$). Durch Umkehrung der Log Funktion erhalten wir $S_{12} = (1/10^{2/20})$ = 0.794 – wie oben in Tab. 3 berechnet. Selbstverständlich ergeben sich die gleichen S – Parameter für ein Pi – Dämpfungsglied gleicher Dämpfung.

# 8. Der Rauschbeitrag eines Dämpfungsgliedes

Ein Dämpfungsglied besteht aus rauschenden Widerständen beliebiger Anordnung. Wird das Dämpfungsglied für Rauschmessungen als Eichteiler verwendet, zeigt die Skala nur dann korrekte Werte, wenn das Dämpfungsglied am Ein – und Ausgang mit der Systemimpedanz abgeschlossen ist.
Da das Dämpfungsglied nur aus Widerständen besteht, ist nach dem Gleichverteilungsgesetz die Rauschleistung bei Zimmertemperatur am Ausgang immer $N_2 = k\ To\ B$, wenn sich am Eingang eine Rauschquelle auf der Temperatur To befindet. Diese Rauschleistung ist unabhängig von der eingestellten Dämpfung Dv. Man kann sich das so vorstellen, dass zwar die Rauschleistung der Quelle mit Dv verringert wird, doch die internen Rauschquellen des Dämpfungsgliedes, die auf der Temperatur To liegen, diesen Verlust wieder ausgleichen.
Das Verhältnis der Signal zu Rauschabstände am Ein – und Ausgang ist

$$F_{Do} = (S_1 / S_2) * (N_2 / N_1) = (S_1/Lv\ S_1) * kToB / kToB \qquad \text{(Gl. 8.1)}$$

und mit (Gl. 3.4)

$$Dv = 1 / Lv$$

folgt der wichtige Zusammenhang

$$F_{Do} = Dv. \qquad \text{(Gl.8.2 )}$$

ein Dämpfungsglied auf der Temperatur $T_o$ rauscht mit seiner verfügbaren Dämpfung Dv. Die Dämpfung Dv ist abhängig von der verfügbaren Rauschleistung der Quelle, der verfügbaren Leistung des VP am Ausgang und von den Parametern des VP, nicht aber von der Lastimpedanz und den Anpassungsverhältnissen am Ein – und Ausgang. (Gl. 8.2) besagt einfach ausgedrückt, dass ein 6 dB Dämpfungsglied eine Rauschzahl von 6 dB hat.

**Beispiel 8.1**
Welche Rauschzahl hat ein 12 dB Dämpfungsglied? Nach (Gl. 8.2) ist das Rauschmaß $NF_o$ = 12 dB. Die Rauschzahl $F_o$ = 15.84. Die zusätzliche Rauschzahl ist $F_{zo} = F_o - 1 = 15.84 – 1 = 14.84$ und die Rauschtemperatur $T_D = F_{zo} * T_o = 4303.6$ K. Der Generator liegt auf einer Temperatur $T_e + T_o = 4303.6\ K + 290\ K = 4593.6$ K.

## 8.1 Die Kettenschaltung rauschender Vierpole

Werden rauschende Vierpole in Kette (Reihe) geschaltet, berechnet sich die Gesamtrauschzahl aus der Friisschen Gleichung zu

$$F_{ges} = F_1 + Fz_2/Lv_1 + Fz_3/L_{V1}Lv_2 + \ldots\ldots \qquad \text{(Gl.8.3)}$$

Besteht die Kette nur aus zwei Stufen, dann ist

$$F_{z12} = F_{z1} + F_{z2} / Lv_1 \qquad \text{(Gl.8.4)}$$

die zusätzliche Gesamtrauschzahl.

Der Rauschbeitrag der ersten Stufe geht in vollem Umfang in die Rauschzahl ein. Hat die erste Stufe eine verfügbare Leistungsverstärkung Lv > 1 (Verstärkung) wird der Rauschbeitrag der zweiten Stufe vermindert.
Hat die erste Stufe eine verfügbare Leistungsverstärkung Lv < 1 - also eine Dämpfung - dann wird das Rauschen der zweiten Stufe vergrößert. Schreibt man (Gl. 8.3) etwas um,, dann wird mit den Temperaturen

$$T_{ges} = T_1 + T_2/Lv_1 + T_3/Lv_1Lv_2 + \ldots.. \qquad \text{(Gl.8.5)}$$

die Rauschtemperatur des Systems erhalten und als Systemrauschtemperatur bezeichnet.
Besteht das Systems nur aus 2 Vierpolen, dann gilt entsprechend (Gl. 8.5)

$$T_{12} = T_1 + T_2 /Lv_1 \qquad \text{(Gl.8.6)}$$

## 8.2 Veränderungen des ENR (Excess-Noise-Ratio) durch ein Dämpfungsglied

Ein Dämpfungsglied zwischen Rauschgenerator und Messobjekt wird oft verwendet um eine Übersteuerung des rauscharmen Messobjektes bei der Y – Methode zu vermeiden. Dazu wird direkt hinter der Rauschquelle ein Dämpfungsglied mit der Dämpfung Dv ein geschleift. (Die bessere Methode wäre allerdings die Temperatur auf die Temperatur des flüssigen Stickstoffs oder Helium herab zu setzen)

Ist die Rauschquelle und das Dämpfungsglied auf der Temperatur $T_o$ dann ist das

$$ENR = F_{12} * (Y - 1). \qquad \text{(Gl.8.7)}$$

$F_{12}$ die Rauschzahl der Reihenschaltung Dämpfungsglied - rauschenden VP.
Nach (Gl. 8.2) ist aber auch $F_{12} = Dv * F_2$ und eingesetzt in (Gl. 8.7) wird daraus

$$ENR = Dv * F_2 * (Y - 1). \qquad \text{(Gl.8.8)}$$

Wir teilen das ENR durch die Dämpfung Dv und erhalten ein neues „Excess-Noise-Ratio“

$$ENR_{neu} = ENR / Dv = F_2 (Y - 1). \qquad \text{(Gl.8.9)}$$

Rechnet man das ENR in dB (was fast ausschließlich im praktischen Gebrauch benutzt wird), dann wird das ENR um die Dämpfung des Dämpfungsgliedes in dB verringert. Man braucht also keine akrobatischen Kopfleistungen um das neue ENR zu bestimmen.

**Beispiel 8.1**
Eine Y – Rauschquelle hat ein ENR = 15.5 dB. Mit einem Dämpfungsglied von Dv = 10 dB reduziert sich das ENR auf $ENR_{neu}$ = 5.5 dB. Bei ENR = 15.5 dB ist $T_k = T_o + T_h$= 10579,58 K. Bei ENR = 5.5 dB ist die „heiße“ Temperatur $T_h$ = 1318.95 K. Die Grenze ist erreicht, wenn ein Dämpfungsglied von Dv = 15.5 dB eingesetzt wird. Die Rauschquelle ist dann wirkungslos geworden und rauscht mit k $T_o$ B.

# 9. Bestimmung der Dämpfung eines unbekannten Dämpfungsgliedes aus dem Return Loss

Manchmal ist es notwendig den Dämpfungswert eines selbst gebauten Dämpfungsgliedes zu wissen. Das gestaltet sich sehr einfach in dem man das Dämpfungsglied am Ausgang kurzschließt und am Eingang den Return Loss nach (Gl. 1.9) bestimmt. Messgeräte die den $R_L$ direkt anzeigen sind oftmals in Amateur Hand vorhanden, wie Vektronisc usw. Steht ein solches Messgerät nicht zur Verfügung kann ersatzweise das VSWR mit einem VSWR-Meter bestimmt werden.

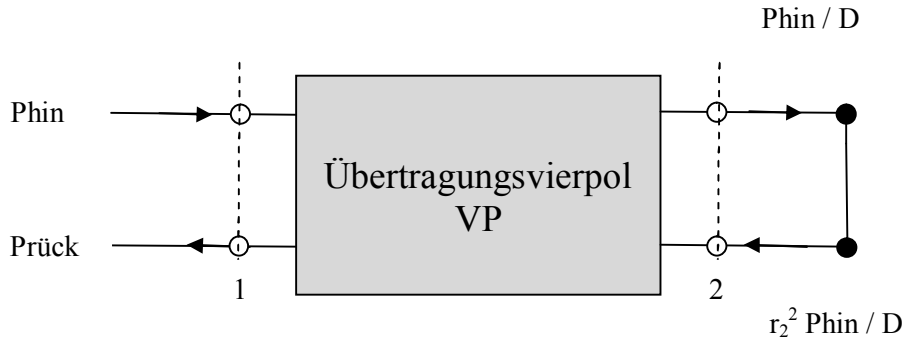


**Bild 13:**

Nach (Gl. 5.8) ist $r_1 = r_2 / D$. Bei Kurzschluss am Ausgang des Dämpfungsgliedes folgt mit $r_2 = 1$ und daraus

$$r_1 = 1 / D \qquad \text{(Gl. 9.1)}$$

Mit (Gl. 1.9) gilt dann für den Return Loss

$$R_L = - 20 \log ( r_1 ) \text{ dB} = 20 \log (D) \text{ dB}. \qquad \text{(Gl. 9.2)}$$

Der Dämpfungswert D in dB nach (Gl. 3.6) berechnet sich dann zu

$$M_L = 10 \log (D) \text{ dB}. \qquad \text{(Gl. 3.6)}$$

Vergleich zwischen (Gl. 9.2) und (Gl. 3.6) ergibt die wichtige Beziehung

$$M_L = ½ R_L \text{ in dB} \qquad \text{(Gl. 9.3)}$$

**Beim einem am Ausgang kurz geschlossenen Dämpfungsgliedes ist der Dämpfungswert des Dämpfungsgliedes $M_L$ genau die Hälfte des gemessenen „Return Loss“ in dB!**

Diese und die im folgenden Abschnitt 10 beschriebene Methode gilt nur bei Übertragungssymmetrie des Zweitors, d.h. $S_{12} = S_{21}$. Man nennt solch einen Vierpol „Übertragungssymmetrisch“ oder Reziprok. Es spielt dann keine Rolle, ob das Zweitor vorwärts oder rückwärts betrieben wird, wenn die Bezugswiderstände an den Toren verbleiben. Auch für die A-symmetrische Dämpfungsglieder nach Abschnitt 4.4 gilt $S_{12} = S_{21}$. Übertragungssymmetrie oder Reziprozität ist auch bei Zweitoren gegeben, die nicht nur Widerständen bestehen, sondern auch aus Kapazitäten und Induktivitäten. Eine vollständige Symmetrie ist immer dann gegeben, wenn nicht nur die Transmissionsfaktoren in beiden Richtungen ($S_{12} = S_{21}$), sondern zusätzlich die Reflexionsfaktoren, $S_{11} = S_{22}$, gleich sind. Eine solche Symmetrie ist beispielsweise bei symmetrischem Schaltungsaufbau, wie bei den normalen Dämpfungsgliedern, gegeben.

**Beispiel 9.1**
Wir messen an einem Dämpfungsglied mit unbekannter Dämpfung mit einem „Vectronics Analyzer“ einen Return Loss von $R_L = 9.54$ dB. Nach (Gl. 9.3) ist der Dämpfungswert $M_L = 9.54 /2$ dB = 4.77 dB. Aus (Gl. 9.2) berechnet sich durch Umkehrung der Log Funktion ein Reflexionsfaktor r = 1/3.

## 10. Bestimmung der Dämpfung eines unbekannten Dämpfungsgliedes mit einem Stehwellenmessgerät

Manchmal steht kein Messgerät zur Messung des Return-Loss zur Verfügung, aber ein Stehwellen-Messgerät. Auch mit diesem einfachen Messmittel kann der Dämpfungswert D eines Dämpfungsgliedes bestimmt werden. Misst man das Stehwellenverhältnis VSWR am Eingang, des am Ausgang kurz geschlossenen Dämpfungsgliedes, so kann aus diesem Messwert der Dämpfungsfaktor D bei Anpassung (Matched-Loss) direkt berechnet werden.
Der Matched Loss $M_L$ ergibt sich bei Kurzschluss der Leitung nach obigen Überlegungen aus der Beziehung:

$$M_L = ½\ 20 \log (Dk) = 10 \log [(S_K + 1) / (S_K - 1)] \text{ in dB und der lineare Wert} \qquad \text{(Gl. 10.1)}$$

$$Dk = [(S_K + 1) / (S_K - 1)].$$

Die nachstehende Tabelle hilft bei der ersten Übersicht.

| S – Wert | Verluste in dB | Dk | S – Wert | Verluste in dB | Dk |
|---|---|---|---|---|---|
| 1.1 | 13.22 | 21 | 6.0 | 1.46 | 1.40 |
| 1.2 | 10.41 | 11 | 7.0 | 1.25 | 1.33 |
| 1.3 | 8.84 | 7.66 | 8.0 | 1.09 | 1.28 |
| 1.4 | 7.78 | 6.00 | 9.0 | 0.97 | 1.25 |
| 1.5 | 6.98 | 5.00 | 10 | 0.87 | 1.22 |
| 1.6 | 6.36 | 4.33 | 11 | 0.79 | 1.20 |
| 1.7 | 5.86 | 3.85 | 12 | 0.72 | 1.18 |
| 1.8 | 5.44 | 3.50 | 13 | 0.69 | 1.16 |
| 1.9 | 5.08 | 3.22 | 14 | 0.62 | 1.15 |
| 2.0 | 4.77 | 3.00 | 15 | 0.58 | 1.14 |
| 3.0 | 3.01 | 2.00 | 20 | 0.43 | 1.10 |
| 4.0 | 2.21 | 1.66 | 25 | 0.36 | 1.08 |
| 5.0 | 1.76 | 1.50 | 30 | 0.29 | 1.06 |

$M_L = 10 \log [Dk]$ in dB *

$D_k = [(S_K + 1)/(S_K - 1)]$ *

* Bei Kurzschluss des Dämpfungsgliedes am Ausgang

**Tab. 3. S-Werte und Verluste eines am Ausgang kurzgeschlossenen Dämpfungsgliedes**

Je kleiner der $S_K$-Wert bei Kurzschluss, umso höher sind die Verluste bei vollständiger Anpassung D.
Was auch verständlich ist, denn bei großer Dämpfung ist der Abschlusswert nahezu ohne Bedeutung.

**Beispiel 10.1**
Der Kurzschluss eines Dämpfungsgliedes unbekannter Dämpfung ergibt den Sk-Wert von $S_K = 2$. Aus Tab. 3 bzw. aus der nebenstehenden Gleichung wird der Dämpfungswert $M_{Lk}$ zu 4.77 dB ermittelt. Das Dämpfungsglied hat dann den Dämpfungswert nach (Gl.10.1) $M_L = 4.77$ dB.

## 11. Praktischer Vorschlag für die Ausführung eines schaltbaren Dämpfungs - gliedes nach N9ZIA

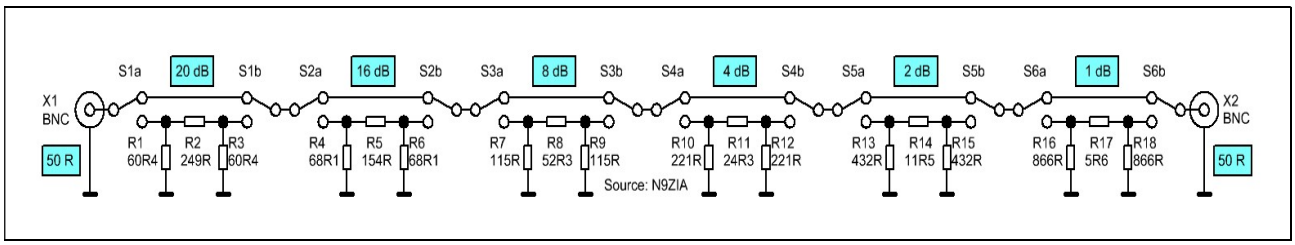


**Bild 14:** Vorschlag für die Ausführung eines schaltbaren Dämpfungsgliedes mit $2^n$ Stufung in Pi - Ausführung. Werte sind aus Tab. 2 ersichtlich.

# 12. Frequenzabhängigkeit eines Dämpfungsgliedes mit geringer kapazitiver Belastung am Ein- und Ausgang z.B. durch BNC-Anschlussbuchsen

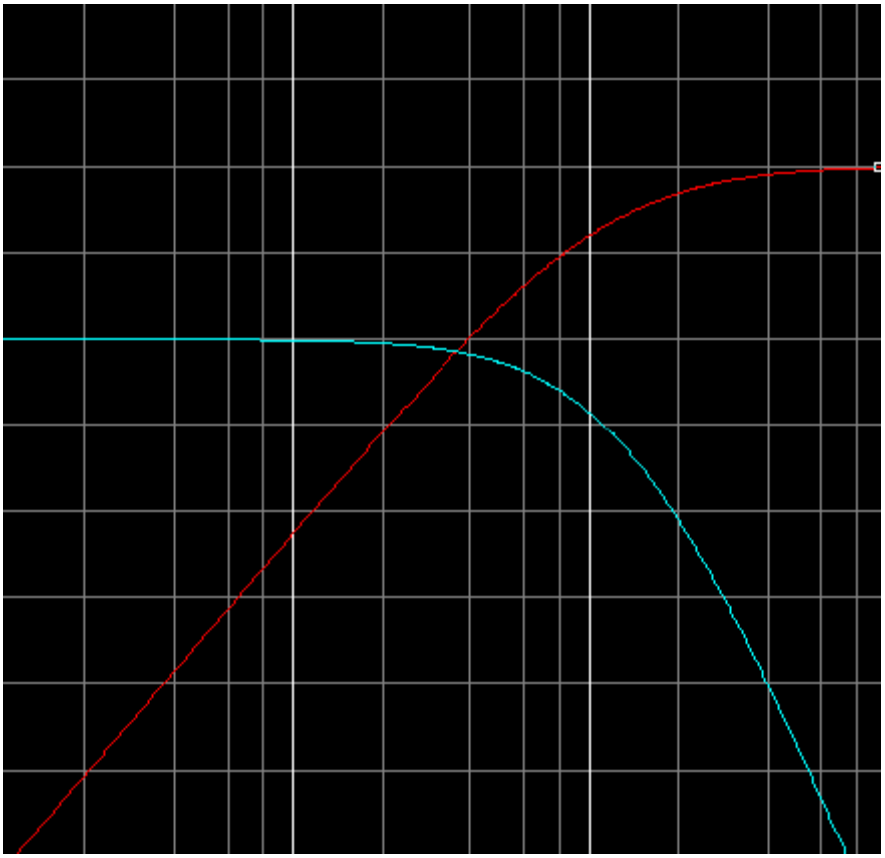

**Bild 15:** Typischer Frequenzgang eines Dämpfungsgliedes mit eingangs- und ausgangsseitiger Belastung durch Kapazitäten. Streukapazitäten verringern immer die Dämpfung $M_L$ – grün/blau $S_{21}$, rot $S_{11}$. (Bild 15: Belastungen mit 5 pF am Ein- und Ausgang, Frequenzbereich: 0 – 100 MHz)

Berechnet oder wobbelt man die Übertragungsfunktion von selbst gebauten schaltbaren Dämpfungsgliedern und bindet sich an die Toleranzen der verwendeten Widerstände in T- oder Pi – Schaltung, dann kann man davon ausgehen, dass diese Dämpfungsglieder bei guter Ausführung mit induktionsarmen Widerständen bis etwa 50 MHz zu verwenden sind.

Kommerzielle Präzisionsdämpfungsglieder – Eichleitungen – sind spezielle Ausführungen und sind verfügbar bis etwa 18 GHz, als Hohlleiter Dämpfungsglieder bis in den mm-Wellenbereich bis etwa 500 GHz. Danach folgen Dämpfungsglieder für LWL-Anwendungen im Bereich der Lichtwellenlängen.

Leistungsdämpfungsglieder sind in /4/ und /5/ ausführlich beschrieben.

DL3LH, Walter
wa-schau@t-online.de
dl3lh@gmx.de

## Literatur im Netz:

/1/ https://lc-koppler.jimdo.com/dl3lh-s-download-sammlung

/2/ http://www.baeckerei-heitmann.de/DF1BT

/3/ http://www.transkommunikation.ch/dateien/schaltungen/diverse_schaltungen/radio_circuits/Leistungs-Daempfungsglied.pdf

/4/ http://classicbroadcast.de/stories/stories_abschlusswid_2.pdf

/5/ http://dl3ndd.de/abschlusswiderstand.html

/6/ https://www.microwaves101.com/encyclopedias/attenuator-dissipation

/7/ Hewlett Packard, S-Parameter Design, Appl. Note 154

/8/ http://www.siart.de/lehre/attenuator.pdf

/9/ https://www.dgzfp.de/Portals/24/IZ/PDF/Jugend%20forscht/RW%20Celle%202014.pdf

This document was created with Win2PDF available at http://www.win2pdf.com.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.
This page will not be added after purchasing Win2PDF.